Corrigé de la feuille de TD n° 10

Systèmes linéaires

Exercice 1

On a :

- (S1) a une seule solution $(x, y, z) = (1, 2, -3)$.
- (S2) a une infinité de solutions de la forme $(x, y, z) = (2+z, -1-2z, z)$ avec $z \in \mathbb{R}$.
- (S3) a aucune solution.

Exercice 2

On a :

- Si $m = 0$ (S4) n'a pas de solutions, si $m = -5$ (S4) a une infinité de solutions de la forme $(y, y+1)$ où $y \in \mathbb{R}$, et si $m \in \mathbb{R} \setminus \{-5, 0\}$ (S4) a une seule solution $(x, y) = (-\frac{3}{m}, \frac{2}{m})$.
- Si $m = 0$ (S5) a une infinité de solutions de la forme $(\frac{1}{3}z, \frac{2}{3}z, z)$ avec $z \in \mathbb{R}$, si $m = 2$ (S5) a une infinité de solutions de la forme $(0, z, z)$ avec $z \in \mathbb{R}$, et si $m \in \mathbb{R} \setminus \{0, 2\}$ (S5) a une seule solution $(x, y, z) = (0, 0, 0)$.

Exercice 3

On obtient en résolvant des systèmes linéaires :

1. $P : x \mapsto x^3 - \frac{9}{2}x^2 + \frac{11}{2}x$.
2. $P : x \mapsto -2x^3 + x$.
3. $P : x \mapsto -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$.

Exercice 4

Il y a une infinité de solutions, mais la solution présentant des coefficients entiers les plus petits possibles est $(a, b, c, d) = (3, 38, 7, 24)$.

Exercice 5

Le père a actuellement 56 ans, le fils 35 ans, et le père est devenu papa a 21 ans.

Exercice 6

L'escalator comporte 30 marches et avance à une vitesse de $\frac{2}{3}$ marches/secondes. L'enfant a descendu 42 marches.