

# Feuille de TD n° 3

## Trigonométrie

### Exercice 1

Simplifier les expressions suivantes pour tout  $\theta \in \mathbb{R}$  :

1.  $\cos(\theta) + \sin(\theta)$
2.  $\cos(\theta) - \sqrt{3}\sin(\theta)$
3.  $-5\cos(\theta) - 2\sqrt{6}\sin(\theta)$

### Exercice 2

Linéariser les expressions suivantes pour tout  $\theta \in \mathbb{R}$  :

1.  $\cos^2(\theta)\sin(\theta)$
2.  $\cos^2(\theta)\sin^2(\theta)$
3.  $\cos^3(\theta)$
4.  $\cos^2(\theta)\sin^3(\theta)$
5.  $\cos^5(\theta)$

### Exercice 3

Développer les expressions suivantes pour tout  $\theta \in \mathbb{R}$  :

1.  $\cos(3\theta)$
2.  $\cos(\theta) + \cos(2\theta) + \cos(3\theta) + \cos(4\theta)$
3.  $\sin(4\theta)$
4.  $\cos(5\theta)$
5.  $\sin(5\theta)$

### Exercice 4

Résoudre les équations et les inéquations suivantes d'inconnue  $\theta \in \mathbb{R}$  :

1.  $\sqrt{3}\cos(\theta) - \sin(\theta) = 1$
2.  $\sin(\theta) - \cos(\theta) > 1$
3.  $2\cos^2(\theta) + 3\cos(\theta) + 1 = 0$
4.  $\cos(3\theta) \geq 0$
5.  $\tan^2(2\theta) = 1$

### Exercice 5

Calculer le cosinus, le sinus et la tangente des nombres réels  $\frac{\pi}{12}$ ,  $\frac{5\pi}{12}$ ,  $\frac{7\pi}{12}$  et  $\frac{11\pi}{12}$ .

### Exercice 6

On propose de démontrer une propriété de la fonction arctangente.

1. Rappeler le domaine  $\mathcal{D}_{\tan}$  de définition de la fonction tangente.
2. Pour tout  $\theta \in \mathcal{D}_{\tan}$  tel que  $\frac{\pi}{2} - \theta \in \mathcal{D}_{\tan}$ , retrouver la formule exprimant  $\tan(\frac{\pi}{2} - \theta)$  en fonction de  $\tan(\theta)$ .
3. Démontrer la formule de la question précédente à l'aide seulement de la formule d'addition de la fonction tangente.
4. En déduire une expression de  $\arctan(t) + \arctan(\frac{1}{t})$  pour tout  $t \in \mathbb{R}^*$  (on distinguera les cas  $t > 0$  et  $t < 0$ ).