

Feuille de TD n° 7

Dénombrement

Exercice 1

Un laboratoire de contrôle qualité effectue dix analyses différentes dans des industries agroalimentaires choisies au hasard parmi quatre.

1. Combien y a-t-il de répartitions possibles des analyses ?
2. Combien y a-t-il de répartitions pour lesquelles chacune des quatre industries est analysée au moins une fois ?

Exercice 2

Un anagramme d'un mot est un mot écrit avec les mêmes lettres dans un ordre différent.

1. Combien y a-t-il d'anagrammes du mot «BCPST» ?
2. Combien y a-t-il d'anagrammes du mot «CLASSE» ?
3. Combien y a-t-il d'anagrammes du mot «PREPARATOIRE» ?

Exercice 3

On pioche une main de 5 cartes dans un jeu de 32 cartes (jeu classique).

1. Combien y a-t-il de mains différentes ?
2. Combien y a-t-il de mains contenant exactement trois cœurs ?
3. Combien y a-t-il de mains contenant exactement deux piques et deux rois ?
4. Combien y a-t-il de mains contenant exactement deux trèfles ou deux dames ?
5. Combien y a-t-il de mains contenant au moins un valet ?

Exercice 4

37 filles et 11 garçons issus d'une même classe se retrouvent quelques années plus tard pour créer une association d'anciens élèves. Dans ce but, ils souhaitent élire un bureau constitué d'un(e) président(e), d'un(e) secrétaire et d'un(e) trésorier(ère) (sans cumul de mandat).

1. Combien y a-t-il de choix possibles de bureau pour l'association ?
2. Combien y a-t-il de choix possibles donnant plus de garçons que de filles dans le bureau ?

Exercice 5

On souhaite ranger 42 livres différents dans une bibliothèque.

1. Combien y a-t-il de façons de les ranger alignés sur une étagère ?
2. Combien y a-t-il de façons de les ranger alignés sur deux étagères (chaque étagère présentant au moins un livre) ?

3. Combien y a-t-il de façons de les ranger alignés sur trois étagères (chaque étagère présentant au moins un livre) ?
4. Combien y a-t-il de façons de les ranger en vrac dans deux tiroirs (chaque tiroir pouvant être vide) ?
5. Combien y a-t-il de façons de les ranger dans la bibliothèque avec une partie des livres alignés sur deux étagères et le reste des livres en vrac dans deux tiroirs (chaque tiroir pouvant être vide) ?

Exercice 6

Un tournoi d'échecs oppose 42 participants. A chaque ronde (ou tour) du tournoi tous les joueurs s'affrontent deux à deux sur 21 échiquiers.

1. Combien le tournoi doit-il comporter de rondes pour que chaque participant affronte tous ses adversaires exactement une fois chacun (le tournoi est alors dit «toutes rondes») ?
2. Dans le cas d'un tournoi «toutes rondes», combien de parties seront jouées au total ?
3. Lors de la première ronde, combien existe-t-il d'appariement possible (un appariement est l'attribution d'un adversaire à chaque participant) ?

Exercice 7

Lors d'une soirée réunissant $n \geq 2$ personnes, certains invités trinquent ensemble. Montrer qu'il existe au moins deux invités qui ont trinqué avec le même nombre de personnes (indication : considérer l'application qui à un invité associe le nombre de personnes avec qui il trinque).