Programme de khôlles n° 10

semaine du 5 au 10 décembre

Mots-clefs

- **Sommes et produits** : notation $\sum$, somme des premiers entiers, somme des premiers carrés, propriétés des opérations avec le symbole $\sum$ (associativité, linéarité), somme des termes consécutifs d'une progression arithmétique, somme des termes consécutifs d'une progression géométrique, manipulation du symbole $\sum$ (décalage d'indice, télescopage, séparation des indices pairs et impairs, inversion de l'ordre), sommes doubles (sur un rectangle ou un triangle d'indices), notation $\prod$, factorielle, propriétés des opérations avec le symbole $\prod$, manipulation du symbole $\prod$, coefficients binomiaux $\binom{n}{k}$, propriétés des coefficients binomiaux (symétrie, formule du pion, formule de Pascal), triangle de Pascal, formule du binôme de Newton. $\boxed{1}$
- **Applications** : ensembles de départ et d'arrivée, fonctions, applications, images, antécédents, l'application identité Id_E, applications indicatrices d'une partie, image directe, composition, propriétés de la composition (non commutativité, associativité, élément neutre), injections, surjections, bijections, bijections réciproques, propriétés des bijections réciproques, théorème de la bijection, courbe représentative d'une bijection réciproque.

Savoir-faire

- Écrire une fonction Python permettant de calculer une somme ou un produit. $\boxed{3}$
- Reconnaître et utiliser les sommes usuelles ($\sum_{k=1}^{n} k$, $\sum_{k=1}^{n} k^2$ et somme des termes consécutifs d'une progression arithmétique ou géométrique) dans un calcul de somme.
- Manipuler le symbole $\sum$ (associativité, linéarité, décalage d'indice, télescopage, séparation des indices pairs et impairs, inversion de l'ordre). $\boxed{2}$
- Calculer une somme double sur un rectangle ou un triangle d'indices.
- Manipuler des factorielles et des coefficients binomiaux. $\boxed{2}$
- Utiliser la formule du binôme de Newton.
- Calculer l'image directe ou l'ensemble des antécédents d'une partie de $\mathbb{R}$ pour une fonction réelle simple (révision des études de fonction).
- Composer des applications.
- Étudier l'injectivité, la surjectivité et la bijectivité d'une application (à l'aide d'une équation ou à l'aide de la définition).
- Discuter de l'injectivité et de la surjectivité d'une fonction réelle à l'aide de ses variations.
- Utiliser le théorème de la bijection.
- Déterminer une bijection réciproque (à l'aide d'une équation, en tant qu'application inverse ou en reconnaissant une composition de bijections).

Exemples de questions de cours

- Rappeler et démontrer la formule du binôme de Newton.
- Soient $n \in \mathbb{N}$ et $\theta \in \mathbb{R}$. Calculer $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cos(k\theta)$ ou $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \sin(k\theta)$.
- Montrer que la composition est associative.
- Soit $f : E \to F$. Montrer qu'il existe au plus une application $g : F \to E$ telle que $g \circ f = \mathrm{Id}_E$ et $f \circ g = \mathrm{Id}_F$.
- Soient A et B deux parties d'un ensemble E. Simplifier $\max(\mathbb{1}_A, \mathbb{1}_B)$ ou $\min(\mathbb{1}_A, \mathbb{1}_B)$.
- Rappeler la définition de l'injectivité, de la surjectivité et de la bijectivité.
- Soit $f : E \to F$ bijective. Montrer que $f^{-1} \circ f = \mathrm{Id}_E$ et $f \circ f^{-1} = \mathrm{Id}_F$.
- Montrer que si $f : E \to F$ est inversible pour la composition alors $f : E \to F$ est bijective.
- Tracer la courbe représentative de la fonction arccosinus, arcsinus ou arctangente. $\boxed{3}$

Notes aux khôlleurs

- $\boxed{1}$ L'interprétation combinatoire des coefficients binomiaux n'a pas encore été traitée (en attente du chapitre sur le dénombrement).
- $\boxed{2}$ À l'aide d'une boucle `for` (pas de récursivité cette semaine).
- $\boxed{3}$ Par symétrie, en commençant par tracer la courbe représentative d'une restriction de la fonction trigonométrique correspondante.