

# Programme de khôlles n° 10

## semaine du 30 novembre au 5 décembre

### Mots-clefs

- **Dénombrément** : ensembles finis, cardinal, cardinal et bijections, cardinal et injections (principe des tiroirs), cardinal et surjections, cardinal d'une partie, cardinal d'un complémentaire, cardinal d'une union disjointes, formule de Poincaré, cardinal d'un produit cartésien, cardinal d'un ensemble d'applications, cardinal de l'ensemble de parties,  $p$ -listes (avec répétition),  $p$ -listes sans répétition, permutations,  $p$ -combinaisons, dénombrement des anagrammes.
- **Fonctions réelles d'une variable** : ensemble de définition, courbe représentative, fonctions paires, fonctions impaires, fonctions périodiques, période, fonctions majorées, fonctions minorées, fonctions bornées, fonctions croissantes, fonctions décroissantes, fonctions strictement croissantes, fonctions strictement décroissantes, extremum global, extremum local, propriétés des opérations sur les fonctions, fonctions usuelles (fonctions puissances d'exposants entiers, fonctions racines, fonctions puissances d'exposants réels, fonction logarithme népérien  $\ln$ , fonction exponentielle naturelle  $\exp$ , fonctions exponentielles, fonctions trigonométriques, fonctions trigonométriques réciproques, fonction valeur absolue, fonction partie entière).
- **Systèmes linéaires** : forme matricielle d'un système linéaire, équations, inconnues, coefficients, seconds membres, systèmes linéaires compatibles, systèmes linéaires homogènes, systèmes linéaires équivalents, opérations élémentaires sur les lignes, système échelonné, méthode du pivot de Gauss, pivots, rang, équations principales, équations auxiliaires, inconnues principales, inconnues auxiliaires, résolution des systèmes linéaires, cas des systèmes linéaires carrés. 1

### Savoir-faire

- Reconnaître les modèles combinatoires usuels dans des situations de dénombrement (listes avec répétition, listes sans répétition, permutations, combinaisons).
- Dénombrer un ensemble fini en utilisant une bijection, en passant au complémentaire, en le partitionnant, en reconnaissant, un produit cartésien, etc.
- Dénombrer des anagrammes.
- Utiliser un arbre de dénombrement.
- Connaître les propriétés des fonctions usuelles.
- Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction réelle.
- Savoir restreindre l'ensemble d'étude d'une fonction (à l'aide de la parité ou d'une périodicité).
- Étudier globalement une fonction réelle pour déterminer ses propriétés (variations, bornes, extrema, etc.).
- Échelonner un système linéaire à l'aide de la méthode du pivot de Gauss. 1
- Déterminer le rang d'un système linéaire et en déduire le nombre de solutions. 1
- Résoudre un système linéaire. 1

### Exemples de questions de cours

- Calculer  $\sum_{k=0}^n \cos(k\theta)$  ou  $\sum_{k=0}^n \sin(k\theta)$ . 2
- Calculer  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cos(k\theta)$  ou  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \sin(k\theta)$ . 2
- Montrer qu'une fonction réelle est bornée si et seulement si sa valeur absolue est majorée.
- Représenter sur un même graphique les courbes représentatives de quelques fonctions puissances d'exposants entiers (positifs ou négatifs, pairs ou impairs) ou de fonctions racines (d'exposants pairs ou impairs) ou de fonctions puissances d'exposants réels (positifs ou négatifs, supérieurs ou inférieurs à 1) puis discuter des propriétés (ensembles de définition, parités, périodicités, monotonie, bornes, extrema). 3
- Représenter sur un même graphique les courbes représentatives des fonctions  $\ln$  et  $\exp$ , ou des fonctions  $\cos$  et  $\arccos$ , ou des fonctions  $\sin$  et  $\arcsin$ , ou des fonctions  $\tan$  et  $\arctan$  puis discuter des propriétés (ensembles de définition, parités, périodicités, monotonie, bornes, extrema). 3
- Représenter les courbes représentatives des fonctions valeur absolue et partie entière puis discuter des propriétés (ensembles de définition, parités, périodicités, monotonie, bornes, extrema). 3

### Notes aux khôleurs

- 1 Pas de systèmes linéaires à paramètres cette semaine.
- 2 Il s'agit de révisions de sommes.
- 3 Pas de discussion sur le comportement asymptotique cette semaine.