Programme de khôlles n° 11

semaine du 12 décembre au 17 décembre

Mots-clefs

- **Applications** : ensembles de départ et d'arrivée, fonctions, applications, images, antécédents, l'application identité Id_E, applications indicatrices d'une partie, image directe, composition, propriétés de la composition (non commutativité, associativité, élément neutre), injections, surjections, bijections, bijections réciproques, propriétés des bijections réciproques, théorème de la bijection, courbe représentative d'une bijection réciproque.
- **Dénombrement** : cardinal, applications entre ensembles finis (principe des tiroirs), cardinal d'une union disjointe, cardinal d'un complémentaire, cardinal et inclusion, cardinal d'une union de deux ensembles finis, cardinal d'un produit cartésien, cardinal de l'ensemble des parties, listes (avec répétitions), dénombrement d'applications, listes sans répétition, dénombrement d'injections, permutations, dénombrement de bijections, combinaisons, cardinal de l'ensemble des parties, dénombrement d'anagrammes.

Savoir-faire

- Composer des applications.
- Étudier l'injectivité, la surjectivité et la bijectivité d'une application (à l'aide d'une équation ou à l'aide de la définition).
- Discuter de l'injectivité et de la surjectivité d'une fonction réelle à l'aide de ses variations.
- Utiliser le théorème de la bijection.
- Déterminer une bijection réciproque (à l'aide d'une équation, en tant qu'application inverse ou en reconnaissant une composition de bijections).
- Modéliser une situation de dénombrement à l'aide de listes (avec ou sans répétition), de permutations ou de combinaisons.
- Passer au complémentaire pour dénombrer un ensemble fini.
- Dénombrer une union (de deux ensembles finis ou de plusieurs ensembles finis deux à deux disjoints).
- Partitionner une situation de dénombrement.
- Dénombrer un produit cartésien.
- Dénombrer de anagrammes.
- Utiliser un arbre de dénombrement.

Exemples de questions de cours

- Rappeler la définition de l'injectivité, de la surjectivité et de la bijectivité.
- Soit $f : E \to F$ bijective. Montrer que $f^{-1} \circ f = \mathrm{Id}_E$ et $f \circ f^{-1} = \mathrm{Id}_F$.
- Montrer que si $f : E \to F$ est inversible pour la composition alors $f : E \to F$ est bijective.
- Tracer la courbe représentative de la fonction arccosinus, arcsinus ou arctangente. $\boxed{1}$
- Montrer que $\mathrm{card}(\bigcup_{i=1}^n A_i) = \sum_{i=1}^n \mathrm{card}(A_i)$ pour toute famille de $n \geqslant 2$ d'ensembles finis deux à deux disjoints.
- Rappeler et démontrer la formule du cardinal d'une union de deux ensembles finis. $\boxed{2}$
- Rappeler et démontrer la formule du cardinal du produit cartésien de deux ensembles finis.
- Rappeler et démontrer la formule du cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini.

Notes aux khôlleurs

- $\boxed{1}$ Par symétrie, en commençant par tracer la courbe représentative d'une restriction de la fonction trigonométrique correspondante.
- $\boxed{2}$ La formule de Poincaré pour une union de plus de deux ensembles finis n'est pas au programme de BCPST.