

# Programme de khôlles n° 11

semaine du 10 au 15 décembre

## Mots-clefs

- **Fonctions réelles d'une variable** : ensemble de définition, courbe représentative, fonctions paires, fonctions impaires, fonctions périodiques, période, fonctions majorées, fonctions minorées, fonctions bornées, fonctions croissantes, fonctions décroissantes, fonctions strictement croissantes, fonctions strictement décroissantes, extremum global, extremum local, propriétés des opérations sur les fonctions, fonctions usuelles (fonctions puissances d'exposants entiers, fonctions racines, fonctions puissances d'exposants réels, fonction logarithme népérien  $\ln$ , fonction exponentielle naturelle  $\exp$ , fonctions exponentielles, fonctions trigonométriques, fonctions trigonométriques réciproques, fonction valeur absolue, fonction partie entière).
- **Systèmes linéaires** : écriture matricielle d'un système linéaire, équations, inconnues, coefficients, seconds membres, systèmes linéaires compatibles, systèmes linéaires homogènes, systèmes linéaires équivalents, opérations élémentaires sur les lignes, système échelonné, méthode du pivot de Gauss, pivots, rang, équations principales, équations auxiliaires, inconnues principales, inconnues auxiliaires, résolution des systèmes linéaires, cas des systèmes linéaires carrés.
- **Calcul de dérivées** : taux d'accroissement, nombre dérivée, tangente, ensemble de dérivabilité, fonction dérivée, notations  $f'$  et  $df(x)/dx$ , dérivées d'ordre supérieur, dérivées des fonctions usuelles, propriétés de calculs de dérivées (linéarité, dérivée d'un produit, dérivée d'un inverse, dérivée d'un quotient), dérivée d'une composée, dérivée d'une bijection réciproque, principe de Lagrange, dérivées partielles d'une fonction réelle à plusieurs variables.
- **Calcul de primitives** : primitives, théorème fondamental de l'analyse, intégrale, notation  $\int_a^b f(t)dt$ , primitives des fonctions usuelles, propriétés de calculs d'intégrales (linéarité, relation de Chasles, positivité, monotonie), intégration par parties, changement de variable. 1

## Savoir-faire

- Connaître les propriétés des fonctions usuelles.
- Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction réelle.
- Savoir restreindre l'ensemble d'étude d'une fonction (à l'aide de la parité ou d'une périodicité).
- Étudier globalement une fonction réelle pour déterminer ses propriétés (variations, bornes, extrema, etc.).
- Échelonner un système linéaire à l'aide de la méthode du pivot de Gauss.
- Déterminer le rang d'un système linéaire et en déduire le nombre de solutions.
- Résoudre un système linéaire (éventuellement à paramètres).
- Connaître les ensembles de dérivabilité et les dérivées des fonctions usuelles. 2
- Déterminer l'ensemble de dérivabilité d'une fonction réelle.
- Calculer des dérivées à l'aide des propriétés (linéarité, produit, inverse, quotient, composée).
- Justifier qu'une bijection réciproque est dérivable et calculer sa dérivée.
- Calculer les dérivées partielles d'une fonction réelle de plusieurs variables.

## Exemples de questions de cours

- Rappeler l'ensemble de dérivabilité et la dérivée d'une composée et d'une bijection réciproque.
- Justifier que  $\arctan$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et calculer sa dérivée.
- Montrer que  $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$  pour tout  $(a, b) \in ]0, +\infty[^2$ .
- Calculer  $\arctan(t) + \arctan(1/t)$  pour tout  $t \in \mathbb{R}^*$ .
- Montrer que si  $f$  admet une primitive  $F$  sur un intervalle  $I$  alors  $f$  admet une infinité de primitives sur  $I$  qui sont toutes de la forme  $x \mapsto F(x) + C$  où  $C \in \mathbb{R}$  est une constante.
- Montrer que si  $f$  admet une primitive sur un intervalle  $I$  et si  $a \in I$  alors il existe une unique primitive de  $f$  sur  $I$  qui s'annule en  $a$ .
- Rappeler les primitives de quelques fonctions usuelles.
- Rappeler la forme des primitives de  $\ln$  et la démontrer à l'aide d'une intégration par parties.
- Rappeler l'énoncé du théorème d'intégration par parties.
- Rappeler l'énoncé du théorème de changement de variable dans les intégrales.

## Notes aux khôlleurs

- 1 Pas d'exercices de calcul de primitives ou d'intégrales cette semaine.
- 2 Les dérivées des fonctions arccos et arcsin ne sont pas à connaître.