

# Programme de khôlles n° 12

## semaine du 17 au 22 décembre

### Mots-clefs

- **Systèmes linéaires** : écriture matricielle d'un système linéaire, équations, inconnues, coefficients, seconds membres, systèmes linéaires compatibles, systèmes linéaires homogènes, systèmes linéaires équivalents, opérations élémentaires sur les lignes, système échelonné, méthode du pivot de Gauss, pivots, rang, équations principales, équations auxiliaires, inconnues principales, inconnues auxiliaires, résolution des systèmes linéaires, cas des systèmes linéaires carrés.
- **Calcul de dérivées** : taux d'accroissement, nombre dérivée, tangente, ensemble de dérivabilité, fonction dérivée, notations  $f'$  et  $df(x)/dx$ , dérivées d'ordre supérieur, dérivées des fonctions usuelles, propriétés de calculs de dérivées (linéarité, dérivée d'un produit, dérivée d'un inverse, dérivée d'un quotient), dérivée d'une composée, dérivée d'une bijection réciproque, principe de Lagrange, dérivées partielles d'une fonction réelle à plusieurs variables.
- **Calcul de primitives** : primitives, théorème fondamental de l'analyse, intégrale, notation  $\int_a^b f(t)dt$ , primitives des fonctions usuelles, propriétés de calculs d'intégrales (linéarité, relation de Chasles, positivité, monotonie), intégration par parties, changement de variable.
- **EDL à coeff. constants d'ordre 1 et 2** : équations différentielles, EDL, ordre, EDL homogènes, EDL à coefficients constants, principe de superposition, forme de l'ensemble des solutions, résolution des EDL homogènes à coefficients constants d'ordre 1, résolution des EDL à coefficients constants d'ordre 1, résolution des EDL homogènes à coefficients constants d'ordre 2, résolution des EDL à coefficients constants d'ordre 2.

### Savoir-faire

- Résoudre un système linéaire (éventuellement à paramètres) à l'aide de la méthode du pivot de Gauss.
- Connaître les ensembles de dérivabilité et les dérivées des fonctions usuelles. 1
- Déterminer l'ensemble de dérivabilité d'une fonction réelle.
- Calculer des dérivées à l'aide des propriétés (linéarité, produit, inverse, quotient, composée).
- Justifier qu'une bijection réciproque est dérivable et calculer sa dérivée.
- Calculer les dérivées partielles d'une fonction réelle de plusieurs variables.
- Connaître les primitives des fonctions usuelles.
- Justifier l'existence de primitives ou d'intégrales.
- Calculer des primitives à l'aide d'intégrales.
- Calculer une intégrale par intégration par parties ou par changement de variable. 2
- Résoudre des EDL homogènes à coeff. constants d'ordre 1 ou 2.
- Trouver une solution particulière d'une EDL à coeff. constants d'ordre 1 ou 2. 3
- Résoudre des EDL à coeff. constants d'ordre 1 ou 2 à l'aide du principe de superposition.

### Exemples de questions de cours

- Rappeler l'ensemble de dérivabilité et la dérivée d'une composée et d'une bijection réciproque.
- Justifier que  $\arctan$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et calculer sa dérivée.
- Montrer que  $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$  pour tout  $(a, b) \in ]0, +\infty[^2$ .
- Calculer  $\arctan(t) + \arctan(1/t)$  pour tout  $t \in \mathbb{R}^*$ .
- Montrer que si  $f$  admet une primitive  $F$  sur un intervalle  $I$  alors  $f$  admet une infinité de primitives sur  $I$  qui sont toutes de la forme  $x \mapsto F(x) + C$  où  $C \in \mathbb{R}$  est une constante.
- Montrer que si  $f$  admet une primitive sur un intervalle  $I$  et si  $a \in I$  alors il existe une unique primitive de  $f$  sur  $I$  qui s'annule en  $a$ .
- Rappeler les primitives de quelques fonctions usuelles.
- Rappeler la forme des primitives de  $\ln$  et la démontrer à l'aide d'une intégration par parties.
- Démontrer le principe de superposition pour une EDL à coeff. constants d'ordre 1 ou 2.
- Rappeler et démontrer la forme de l'ensemble des solutions d'une EDL à coeff. constants d'ordre 1 ou 2.
- Rappeler et démontrer la forme des solutions d'une EDL homogène à coeff. constants d'ordre 1.

### Notes aux khôleurs

- 1 Les dérivées des fonctions arccos et arcsin ne sont pas à connaître.
- 2 On donnera le changement de variable à utiliser.
- 3 On donnera la forme d'une solution particulière.