

Programme de khôlles n° 12

semaine du 3 au 7 janvier

Mots-clefs

- **Dénombrément** : cardinal, applications entre ensembles finis (principe des tiroirs), cardinal d'une union disjointe, cardinal d'un complémentaire, cardinal et inclusion, cardinal d'une union de deux ensembles finis, cardinal d'un produit cartésien, cardinal de l'ensemble des parties, listes (avec répétitions), dénombrement d'applications, listes sans répétition, dénombrement d'injections, permutations, dénombrement de bijections, combinaisons, cardinal de l'ensemble des parties, dénombrement d'anagrammes.
- **Fonctions réelles usuelles** : ensemble de définition, opérations avec des fonctions (somme, produit, quotient, composée), courbe représentative, fonctions paires ou impaires, fonctions périodiques, fonctions majorées ou minorées, fonctions bornées, fonctions croissantes ou décroissantes, fonctions constantes, fonctions puissances d'exposants entiers (dans \mathbb{Z}), fonctions racines (carrée ou cubique), fonction logarithme népérien \ln , fonction exponentielle \exp , notation a^b , fonctions puissances d'exposants réels, fonctions exponentielles $x \mapsto a^x$, fonctions trigonométriques (et leurs réciproques), fonction valeur absolue, fonction partie entière.

Savoir-faire

- Modéliser une situation de dénombrement à l'aide de listes (avec ou sans répétition), de permutations ou de combinaisons.
- Passer au complémentaire pour dénombrer un ensemble fini.
- Dénombrer une union (de deux ensembles finis ou de plusieurs ensembles finis deux à deux disjoints).
- Partitionner une situation de dénombrement.
- Dénombrer un produit cartésien.
- Dénombrer de anagrammes.
- Utiliser un arbre de dénombrement.
- Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction réelle.
- Restreindre l'ensemble d'étude d'une fonction réelle (en utilisant la parité ou la périodicité).

Exemples de questions de cours

- Montrer que $\text{card}(\bigcup_{i=1}^n A_i) = \sum_{i=1}^n \text{card}(A_i)$ pour toute famille de $n \geq 2$ d'ensembles finis deux à deux disjoints.
- Rappeler et démontrer la formule du cardinal d'une union de deux ensembles finis. 1
- Rappeler et démontrer la formule du cardinal du produit cartésien de deux ensembles finis.
- Rappeler et démontrer la formule du cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini.
- Montrer qu'une fonction réelle f est bornée si et seulement si $|f|$ est majorée.
- Montrer que $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, \exp(x + y) = \exp(x) \exp(y)$.
- Montrer que $\forall (x, y) \in]0, +\infty[^2, \ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$.
- Rappeler les propriétés et les courbes représentatives de quelques fonctions réelles usuelles. 2

Notes aux khôlleurs

- 1 La formule de Poincaré pour une union de plus de deux ensembles finis n'est pas au programme de BCPST.
- 2 On pourra éventuellement demander des composées d'une fonction usuelle f du type $x \mapsto f(x + a)$, $x \mapsto f(a - x)$, $f : x \mapsto (ax)$, $x \mapsto f(x) + a$, $x \mapsto af(x)$ où $a \in \mathbb{R}$.