

Programme de khôlles n° 13

semaine du 7 au 12 janvier

Mots-clefs

- **Calcul de primitives** : primitives, théorème fondamental de l'analyse, intégrale, notation $\int_a^b f(t)dt$, primitives des fonctions usuelles, propriétés de calculs d'intégrales (linéarité, relation de Chasles, positivité, monotonie), intégration par parties, changement de variable.
- **EDL à coeff. constants d'ordre 1 et 2** : équations différentielles, EDL, ordre, EDL homogènes, EDL à coefficients constants, principe de superposition, forme de l'ensemble des solutions, résolution des EDL homogènes à coefficients constants d'ordre 1, résolution des EDL à coefficients constants d'ordre 1, résolution des EDL homogènes à coefficients constants d'ordre 2, résolution des EDL à coefficients constants d'ordre 2.
- **Matrices** : définition, taille d'une matrice, l'ensemble $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, l'ensemble $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ des matrices carrées d'ordre n , les matrices $0_{n,p}$ et I_n , matrices diagonales, matrices symétriques, matrices triangulaires supérieures ou inférieures, opérations sur les matrices (multiplication par un scalaire, addition, multiplication, transposition), propriétés des opérations sur les matrices, puissance entière d'une matrice carrée, expression polynomiale d'une matrice carrée, formule du binôme de Newton pour les matrices, matrices inversibles, l'ensemble $\mathcal{GL}_n(\mathbb{K})$, propriétés des matrices inversibles, déterminant et inverse d'une matrice carrée d'ordre 2, équivalent matriciel d'un système linéaire, matrices équivalentes, matrices échelonnées, méthode du pivot de Gauss pour les matrices, rang d'une matrice, rang d'une matrice inversible, inverse d'une matrice de rang maximal. [1]

Savoir-faire

- Connaître les primitives des fonctions usuelles.
- Justifier l'existence de primitives ou d'intégrales.
- Calculer des primitives à l'aide d'intégrales.
- Calculer une intégrale par intégration par parties ou par changement de variable. [2]
- Résoudre des EDL homogènes à coeff. constants d'ordre 1 ou 2.
- Trouver une solution particulière d'une EDL à coeff. constants d'ordre 1 ou 2. [3]
- Résoudre des EDL à coeff. constants d'ordre 1 ou 2 à l'aide du principe de superposition.
- Calculer le rang d'une matrice.
- Montrer qu'une matrice carrée est inversible (à l'aide du déterminant dans le cas d'une matrice carrée d'ordre 2 ou par calcul du rang).
- Calculer l'inverse d'une matrice inversible par résolution d'un système linéaire.

Exemples de questions de cours

- Démontrer le principe de superposition pour une EDL à coeff. constants d'ordre 1 ou 2.
- Rappeler et démontrer la forme de l'ensemble des solutions d'une EDL à coeff. constants d'ordre 1 ou 2.
- Rappeler et démontrer la forme des solutions d'une EDL homogène à coeff. constants d'ordre 1.
- Rappeler la forme des solutions d'une EDL homogène à coeff. constants d'ordre 2 dans chacun des cas selon le signe du discriminant de l'équation caractéristique associée.
- Démontrer que le produit matriciel est associatif.
- Rappeler et démontrer que ${}^t(AB) = ({}^tB)({}^tA)$
- Montrer que si A et B sont deux matrices inversibles alors AB aussi en rappelant l'expression de $(AB)^{-1}$.
- Montrer que $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$ est inversible si et seulement si $\det(A) \neq 0$ en rappelant l'expression de A^{-1} .
- Calculer $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ à l'aide de la formule du binôme de Newton.

Notes aux khôleurs

- [1] Pas d'exercices de calculs de puissances successives de matrices carrées cette semaine. Seulement des exercices en rapport avec les systèmes linéaires (rang, inverse) ou de calculs matriciels simples. Pour rappel : le déterminant pour des matrices carrées d'ordre > 2 est hors programme de BCPST.
- [2] On donnera le changement de variable à utiliser.
- [3] On donnera la forme d'une solution particulière.