

Programme de khôlles n° 14

semaine du 16 au 21 janvier

Mots-clefs

- **Fonctions réelles usuelles** : ensemble de définition, opérations avec des fonctions (somme, produit, quotient, composée), courbe représentative, fonctions paires ou impaires, fonctions périodiques, fonctions majorées ou minorées, fonctions bornées, fonctions croissantes ou décroissantes, fonctions constantes, fonctions puissances d'exposants entiers (dans \mathbb{Z}), fonctions racines (carrée ou cubique), fonction logarithme népérien \ln , fonction exponentielle \exp , notation a^b , fonctions puissances d'exposants réels, fonctions exponentielles $x \mapsto a^x$, fonctions trigonométriques (et leurs réciproques), fonction valeur absolue, fonction partie entière.
- **Systèmes linéaires** : équations linéaires, inconnues, coefficients, seconds membres, systèmes linéaires homogènes, systèmes linéaires compatibles ou incompatibles, systèmes linéaires équivalents, opérations élémentaires sur les lignes ($L_i \leftrightarrow L_j$ et $L_i \leftarrow \lambda L_i + \mu L_j$), systèmes linéaires échelonnés, pivots, échelonnage, rang, équations principales et secondaires, inconnues principales et secondaires, nombre de solutions, résolution.
- **Calculs de dérivées, de primitives et d'intégrales** : taux d'accroissement, nombre dérivée, tangente, ensemble de dérivabilité, fonction dérivée, notations f' et $df(x)/dx$, dérivées des fonctions usuelles, propriétés de calculs de dérivées (linéarité, dérivée d'un produit, dérivée d'un quotient), dérivée d'une composée, dérivée d'une bijection réciproque, dérivées partielles d'une fonction réelle à plusieurs variables, primitive, intégrale, notation $\int_a^b f(t)dt$, primitives des fonctions usuelles, propriétés de calculs d'intégrales (linéarité, relation de Chasles, monotonie). [1]

Savoir-faire

- Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction réelle.
- Restreindre l'ensemble d'étude d'une fonction réelle (en utilisant la parité ou la périodicité).
- Échelonner un système linéaire (éventuellement à paramètres) à l'aide de la méthode du pivot de Gauss.
- Déterminer le nombre de solutions d'un système linéaire (éventuellement à paramètres) à l'aide du rang.
- Résoudre un système linéaire (éventuellement à paramètres).
- Déterminer l'ensemble de dérivabilité d'une fonction réelle.
- Connaître les dérivées des fonctions usuelles.
- Calculer des dérivées (somme, produit, quotient, composée).
- Étudier la dérivabilité et calculer la dérivée d'une bijection réciproque.
- Calculer les dérivées partielles d'une fonction réelle à plusieurs variables.

Exemples de questions de cours

- Calculer $\sum_{k=0}^n \cos(k\theta)$ ou $\sum_{k=0}^n \sin(k\theta)$. [2]
- Calculer $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cos(k\theta)$ ou $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \sin(k\theta)$. [2]
- Montrer que \arctan est dérivable sur \mathbb{R} et calculer sa dérivée.
- Rappeler les ensembles de dérivabilité et les dérivées de quelques fonctions usuelles. [3]
- Montrer que si une fonction réelle f admet une primitive F sur un intervalle I alors elle en admet une infinité qui sont toutes de la forme $x \mapsto F(x) + C$ où $C \in \mathbb{R}$ est une constante quelconque.
- Montrer que si une fonction réelle f admet des primitives sur un intervalle I et si $a \in I$ alors il existe une unique primitive qui s'annule en a .
- Retrouver les primitives de \tan sur chaque intervalle de son ensemble de définition.
- Rappeler les primitives de quelques fonctions usuelles. [3]

Notes aux khôlleurs

- [1] Pas d'exercices de calculs de primitives ou d'intégrales cette semaine.
- [2] Il s'agit de révisions de sommes.
- [3] Les dérivées de \arccos et \arcsin ne sont pas un attendu du programme de BCPST. Par contre, on peut les donner en exercice (classique). De même, les fonctions trigonométriques hyperboliques ne sont pas au programme de BCPST.