

Programme de khôlles n° 14

semaine du 11 au 16 janvier

Mots-clefs

- **EDL à coeff. constants d'ordre 1 et 2** : équations différentielles, EDL, ordre, EDL homogènes, EDL à coefficients constants, principe de superposition, forme de l'ensemble des solutions, résolution des EDL homogènes à coefficients constants d'ordre 1, résolution des EDL à coefficients constants d'ordre 1, résolution des EDL homogènes à coefficients constants d'ordre 2, résolution des EDL à coefficients constants d'ordre 2.
- **Matrices** : définition, taille d'une matrice, l'ensemble $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, l'ensemble $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ des matrices carrées d'ordre n , les matrices $0_{n,p}$ et I_n , matrices diagonales, matrices symétriques, matrices triangulaires supérieures ou inférieures, opérations sur les matrices (multiplication par un scalaire, addition, multiplication, transposition), propriétés des opérations sur les matrices, puissance entière d'une matrice carrée, expression polynomiale d'une matrice carrée, formule du binôme de Newton, matrices inversibles, l'ensemble $\mathcal{GL}_n(\mathbb{K})$, propriétés des matrices inversibles, déterminant et inverse d'une matrice carrée d'ordre 2, équivalent matriciel d'un système linéaire, matrices équivalentes, matrices échelonnées, méthode du pivot de Gauss pour les matrices, rang d'une matrice, rang d'une matrice inversible, inverse d'une matrice de rang maximal. ^[1]
- **Convergence de suites réelles** : suites convergentes, unicité de la limite, limite d'une suite convergente, suites divergentes de 1^{re} espèce, limite d'une suite divergente de 1^{re} espèce. ^[2]

Savoir-faire

- Résoudre des EDL homogènes à coeff. constants d'ordre 1 ou 2.
- Trouver une solution particulière d'une EDL à coeff. constants d'ordre 1 ou 2. ^[3]
- Résoudre des EDL à coeff. constants d'ordre 1 ou 2 à l'aide du principe de superposition.
- Manipuler des matrices (multiplication par un scalaire, addition, multiplication, transposition, expression polynomiale d'une matrice carrée).
- Déterminer toutes les matrices qui commutent avec une matrice donnée (à l'aide d'un système linéaire).
- Utiliser la formule du binôme de Newton pour les matrices.
- Calculer le rang d'une matrice.
- Montrer qu'une matrice carrée est inversible (à l'aide du déterminant dans le cas d'une matrice carrée d'ordre 2 ou par calcul du rang).
- Calculer l'inverse d'une matrice inversible par résolution d'un système linéaire.
- Calculer les puissances d'une matrice carrée (cas des matrices nilpotentes, par récurrence, à l'aide d'un polynôme annulateur, à l'aide de la formule du binôme de Newton, à l'aide d'une matrice semblable).

Exemples de questions de cours

- Démontrer que le produit matriciel est associatif.
- Rappeler et démontrer que ${}^t(AB) = ({}^tB)({}^tA)$.
- Calculer $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ à l'aide de la formule du binôme de Newton.
- Montrer que si A et B sont deux matrices inversibles alors AB aussi en rappelant l'expression de $(AB)^{-1}$.
- Montrer que $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$ est inversible si et seulement si $\det(A) \neq 0$ en rappelant l'expression de A^{-1} .
- Rappeler la définition d'une suite convergente et montrer qu'une suite simple converge à l'aide de la définition.
- Démontrer l'unicité de la limite d'une suite convergente.
- Rappeler la définition d'une suite divergente vers $+\infty$ et montrer qu'une suite simple diverge vers $+\infty$ à l'aide de la définition.

Notes aux khôleurs

- ^[1] Pour rappel : le déterminant pour des matrices carrées d'ordre > 2 est hors programme de BCPST.
- ^[2] Pas d'exercices sur les suites cette semaine. Seulement les définitions de la convergence et de la divergence vers $+\infty$.
- ^[3] On donnera la forme d'une solution particulière.