

Programme de khôlles n° 16

semaine du 30 janvier au 4 février

Mots-clefs

- **Calculs de primitives et d'intégrales** : primitive, intégrale, notation $\int_a^b f(t)dt$, primitives des fonctions usuelles, propriétés de calculs d'intégrales (linéarité, relation de Chasles, monotonie), intégration par parties, changement de variable. [1]
- **Matrices** : définition d'une matrice, taille, l'ensemble $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ des matrices rectangulaires de taille $n \times p$, la matrice nulle $0_{n,p}$, matrices lignes, matrices colonnes, l'ensemble $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ des matrices carrées de taille $n \times n$, la matrice identité I_n , matrices diagonales, matrices triangulaires supérieures ou inférieures, multiplication d'une matrice par un scalaire, addition de deux matrices, multiplication de deux matrices, propriétés des opérations avec les matrices (non commutativité et associativité du produit), matrice transposée, notation M^T , propriétés de la transposition, matrices carrées symétriques, puissance d'une matrice carrée, propriétés des puissances de matrices carrées, formule du binôme de Newton pour deux matrices qui commutent, l'ensemble $\mathcal{G}_n(\mathbb{K})$ des matrices carrées de taille $n \times n$ inversibles, propriétés des opérations avec les matrices inversibles, déterminant d'une matrice carrée de taille 2×2 , inverse d'une matrice carrée de taille 2×2 inversible, propriétés des opérations avec les matrices diagonales. [2]

Savoir-faire

- Connaître la forme des primitives des fonctions usuelles.
- Calculer des primitives (en reconnaissant des dérivées de fonctions usuelles ou à l'aide de calculs d'intégrales).
- Calculer des intégrales (à l'aide de primitives de fonctions usuelles).
- Intégrer par parties.
- Changer de variable dans une intégrale. [1]
- Manipuler des matrices.
- Calculer un produit de deux matrices.
- Calculer les puissances d'une matrice carrée (par récurrence, à l'aide d'un polynôme annulateur, à l'aide de la formule du binôme de Newton).

Exemples de questions de cours

- Rappeler et démontrer la formule d'intégration par parties.
- Retrouver la forme des primitives de \ln à l'aide d'une intégration par parties.
- Rappeler et démontrer le théorème de changement de variable dans une intégrale.
- Montrer que le produit matriciel est associatif.
- Montrer que $(AB)^T = B^T A^T$ pour tout $A \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ et tout $B \in \mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{K})$.
- Calculer $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ à l'aide de la formule du binôme de Newton.
- Montrer que si A et B sont deux matrices carrées de taille $n \times n$ inversibles, alors AB aussi et rappeler l'expression de $(AB)^{-1}$.
- Montrer que $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$ est inversible si et seulement si $\det(A) \neq 0$.
- Montrer que le produit de deux matrices diagonales de taille $n \times n$ est aussi une matrice diagonale.

Notes aux khôleurs

- [1] Le changement de variable sera donné.
- [2] Pour cette semaine, pas encore d'exercices sur l'échelonnage d'une matrice à l'aide de la méthode du pivot de Gauss, le rang d'une matrice ou le calcul de la matrice inverse par résolution d'un système linéaire. Seulement des exercices classiques de calcul matriciel.