

Programme de khôlles n° 17

semaine du 6 au 11 février

Mots-clefs

- **Matrices** : définition d'une matrice, taille, l'ensemble $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ des matrices rectangulaires de taille $n \times p$, la matrice nulle $0_{n,p}$, matrices lignes, matrices colonnes, l'ensemble $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ des matrices carrées de taille $n \times n$, la matrice identité I_n , matrices diagonales, matrices triangulaires supérieures ou inférieures, multiplication d'une matrice par un scalaire, addition de deux matrices, multiplication de deux matrices, propriétés des opérations avec les matrices (non commutativité et associativité du produit), matrice transposée, notation M^T , propriétés de la transposition, matrices carrées symétriques, puissance d'une matrice carrée, propriétés des puissances de matrices carrées, formule du binôme de Newton pour deux matrices qui commutent, l'ensemble $\mathcal{GL}_n(\mathbb{K})$ des matrices carrées de taille $n \times n$ inversibles, propriétés des opérations avec les matrices inversibles, déterminant d'une matrice carrée de taille 2×2 , inverse d'une matrice carrée de taille 2×2 inversible, propriétés des opérations avec les matrices diagonales, matrice des coefficients d'un système linéaire, matrices échelonnées, méthode du pivot de Gauss pour les matrices, rang d'une matrice, inverse d'une matrice de rang maximal.
- **Équations différentielles linéaires simples** : principe de superposition pour les EDL d'ordre 1, forme de l'ensemble des solutions d'une EDL d'ordre 1. ^[1]

Savoir-faire

- Manipuler des matrices.
- Calculer un produit de deux matrices.
- Calculer les puissances d'une matrice carrée (par récurrence, à l'aide d'un polynôme annulateur, à l'aide de la formule du binôme de Newton).
- Échelonner une matrice.
- Montrer qu'une matrice carrée est inversible (à l'aide du rang ou du déterminant pour les matrices 2×2).
- Calculer l'inverse d'une matrice inversible (à l'aide du déterminant pour les matrices 2×2 , à l'aide d'un polynôme annulateur, en résolvant un système).

Exemples de questions de cours

- Montrer que le produit matriciel est associatif.
- Montrer que $(AB)^T = B^T A^T$ pour tout $A \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ et tout $B \in \mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{K})$.
- Calculer $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ à l'aide de la formule du binôme de Newton.
- Montrer que si A et B sont deux matrices carrées de taille $n \times n$ inversibles, alors AB aussi et rappeler l'expression de $(AB)^{-1}$.
- Montrer que $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$ est inversible si et seulement si $\det(A) \neq 0$.
- Montrer que le produit de deux matrices diagonales de taille $n \times n$ est aussi une matrice diagonale.
- Rappeler et démontrer le principe de superposition pour les EDL d'ordre 1.
- Rappeler et démontrer la forme des solutions d'une EDL d'ordre 1.

Notes aux khôleurs

- ^[1] Pas d'exercices sur les équations différentielles cette semaine.