

Programme de khôlles n° 18

semaine du 11 au 16 février

Mots-clefs

- **Représentations cartésiennes et paramétriques du plan ou de l'espace** : cercle du plan, droite du plan, plan de l'espace, droite de l'espace.
- **Statistiques univariées** : série statistique, population, échantillon, caractère, modalités, classes de modalités, effectifs, effectifs cumulés, fréquences, fréquences cumulées, diagramme circulaire, diagramme en bâtons, histogramme, courbe des fréquences cumulées, caractéristiques de position, mode, moyenne \bar{x} , propriétés de la moyenne, médiane Q_2 , caractéristiques de dispersion, étendue, variance S_x^2 , écart type S_x , propriétés de la variance et de l'écart type, quartiles, déciles, diagramme en boîte de Tukey. [1]
- **Statistiques bivariées** : modalités conjointes, effectifs conjoints, nuage de points, nuage de disques, point moyen (\bar{x}, \bar{y}) , covariance $S_{x,y}$, propriétés de la covariance, coefficient de corrélation affine $\rho_{x,y}$, propriétés du coefficient de corrélation affine, droite de régression affine (par la méthode des moindres carrés). [1]
- **Polynômes** : définition, coefficients, le polynôme X , notation des polynômes, l'ensemble $\mathbb{K}[X]$, degré, l'ensemble $\mathbb{K}_n[X]$, opérations sur les polynômes (multiplication par un scalaire, somme, produit, composition, dérivation), propriétés des opérations sur les polynômes, évaluation d'un polynôme, fonctions polynomiales, racine, racine et factorisation, nombre de racines, ordre de multiplicité d'une racine, racine multiple et dérivées successives, théorème fondamental de l'algèbre, factorisation d'un polynôme dans $\mathbb{C}[X]$. [2]

Savoir-faire

- Manipuler des vecteurs de \mathbb{R}^2 ou de \mathbb{R}^3 (combinaison linéaire, produit scalaire, norme, etc.).
- Déterminer si des vecteurs de \mathbb{R}^2 ou de \mathbb{R}^3 forment une base.
- Calculer les coordonnées d'un vecteur de \mathbb{R}^2 ou de \mathbb{R}^3 dans une base.
- Déterminer les coordonnées d'un barycentre.
- Reconnaître l'équation cartésienne d'un cercle.
- Passer d'équations cartésiennes à une représentation paramétrique et inversement.
- Déterminer les intersections de droites et de plans.
- Étudier une série statistique univariée (représentations graphiques, caractéristiques de position, caractéristiques de dispersion).
- Étudier une série statistique bivariée (représentations graphiques, coefficient de corrélation affine, régression affine par la méthode des moindres carrés).

Exemples de questions de cours

- Rappeler la définition de la moyenne et écrire une fonction Python la calculant. [3]
- Rappeler la définition de l'écart-type et écrire une fonction Python le calculant. [3]
- Rappeler et démontrer la formule de Koenig-Huygens pour la variance.
- Rappeler et démontrer les expressions de $ax + b$ et S_{ax+b} .
- Montrer que $S_x = 0$ si et seulement si x est un caractère constant.
- Rappeler la définition de la covariance et écrire une fonction Python la calculant. [3]
- Rappeler et démontrer la formule de Koenig-Huygens pour la covariance.
- Montrer que $|\rho_{x,y}| \leq 1$ avec égalité si et seulement si x et y sont en relation affine.
- Rappeler l'équation de la droite de régression affine par la méthode des moindres carrés.
- Montrer que le produit des polynômes est associatif.
- Montrer que le produit des polynômes est intègre.
- Rappeler le degré d'une somme, d'un produit, d'une composée et de la dérivée de polynômes.
- Rappeler et démontrer que $(PQ)' = P'Q + PQ'$ pour des polynômes P et Q .
- Rappeler et démontrer l'expression de $(X^n)^{(k)}$ pour tout $(k, n) \in \mathbb{N}^2$.

Notes aux khôleurs

- [1] On pourra donner des exercices de statistiques à faire sur table avec l'aide d'une calculatrice.
- [2] Pas d'exercices sur les polynômes cette semaine.
- [3] En prenant en argument une liste de modalités et éventuellement une liste d'effectifs.