Programme de khôlles n° 19

semaine du 6 au 11 mars

Mots-clefs

— **Équations différentielles linéaires simples** : résolution des EDL homogènes d'ordre 1, principe de superposition, forme de l'ensemble des solutions d'une EDL d'ordre 1, détermination d'une solution particulière, méthode de variation de la constante, résolution des EDL homogènes d'ordre 2 à coefficients constants, principe de superposition, forme de l'ensemble des solutions d'une EDL d'ordre 2 à coefficients constants, détermination d'une solution particulière.

— **Comportement asymptotique de suites réelles** : suites convergentes, unicité de la limite, suites divergentes vers $+\infty$ ou $-\infty$ (divergence de 1^{re} espèce), suites divergentes de 2^e espèce, théorème des suites extraites (de rangs pairs et impairs), opérations avec des limites, limites et inégalités, théorème de la limite par encadrement, théorème de la limite par comparaison, théorème de la limite monotone. $\boxed{1}$

Savoir-faire

— Résoudre des EDL homogènes d'ordre 1 et des EDL homogènes d'ordre 2 à coefficients constants.
— Déterminer une solution particulière évidente d'une EDL.
— Chercher une solution particulière d'une EDL. $\boxed{2}$
— Déterminer une solution particulière d'une EDL d'ordre 1 à l'aide de la méthode de variation de la constante.
— Utiliser le principe de superposition pour chercher des solutions particulières.
— Résoudre des EDL d'ordre 1 et des EDL d'ordre 2 à coefficients constants.
— Montrer qu'une suite n'admet pas de limite à l'aide du théorème des suites extraites (de rangs pairs et impairs).
— Calculer des limites à l'aide des opérations usuelles. $\boxed{1}$
— Montrer qu'une suite est convergente à l'aide du théorème de la limite par encadrement.
— Montrer qu'une suite diverge vers $+\infty$ ou ∞ à l'aide du théorème de la limite par comparaison.
— Utiliser le théorème de la limite monotone pour justifier l'existence d'une limite.

Exemples de questions de cours

— Rappeler la forme des solutions d'une EDL homogène d'ordre 2 à coefficients constants dans l'un des trois cas et montrer que cette forme vérifie bien l'EDL. $\boxed{3}$
— Rappeler et démontrer le principe de superposition pour les EDL d'ordre 1 ou pour les EDL d'ordre 2 à coefficients constants.
— Rappeler et démontrer la forme des solutions d'une EDL d'ordre 1 ou d'une EDL d'ordre 2 à coefficients constants.
— Démontrer l'unicité de la limite d'une suite convergente.
— Montrer que toute suite convergente est bornée.
— Montrer que si une suite converge vers $\ell > 0$ alors ses termes sont positifs à partir d'un certain rang.
— Montrer que le produit d'une suite qui converge vers 0 et d'une suite bornée converge vers 0.
— Rappeler le théorème de la limite monotone et démontrer l'un des deux cas (majorée ou non).

Notes aux khôlleurs

— $\boxed{1}$ N'ont pas encore été abordés : les suites adjacentes, les croissances comparées, les équivalents usuels et l'étude de la nature de suites définies par récurrence.
— $\boxed{2}$ On donnera la forme de la solution particulière sauf dans le cas d'une solution évidente (constante) ou de la méthode de variation de la constante pour les EDL d'ordre 1.
— $\boxed{3}$ La réciproque est admise. Pour rappel, les fonctions complexes (en particulier les fonctions $t \mapsto e^{rt}$ où $r \in \mathbb{C}$) ne sont pas au programme de BCPST.