

# Programme de khôlles n° 19

semaine du 18 au 23 février

## Mots-clefs

- **Statistiques univariées** : série statistique, population, échantillon, caractère, modalités, classes de modalités, effectifs, effectifs cumulés, fréquences, fréquences cumulées, diagramme circulaire, diagramme en bâtons, histogramme, courbe des fréquences cumulées, caractéristiques de position, mode, moyenne  $\bar{x}$ , propriétés de la moyenne, médiane  $Q_2$ , caractéristiques de dispersion, étendue, variance  $S_x^2$ , écart type  $S_x$ , propriétés de la variance et de l'écart type, quartiles, déciles, diagramme en boîte de Tukey. [1]
- **Statistiques bivariées** : modalités conjointes, effectifs conjoints, nuage de points, nuage de disques, point moyen  $(\bar{x}, \bar{y})$ , covariance  $S_{x,y}$ , propriétés de la covariance, coefficient de corrélation affine  $\rho_{x,y}$ , propriétés du coefficient de corrélation affine, droite de régression affine (par la méthode des moindres carrés). [1]
- **Polynômes** : définition, coefficients, le polynôme  $X$ , notation des polynômes, l'ensemble  $\mathbb{K}[X]$ , degré, l'ensemble  $\mathbb{K}_n[X]$ , opérations sur les polynômes (multiplication par un scalaire, somme, produit, composition, dérivation), propriétés des opérations sur les polynômes, évaluation d'un polynôme, fonctions polynomiales, racine, racine et factorisation, nombre de racines, ordre de multiplicité d'une racine, racine multiple et dérivées successives, théorème fondamental de l'algèbre, factorisation d'un polynôme dans  $\mathbb{C}[X]$ .

## Savoir-faire

- Étudier une série statistique univariée (représentations graphiques, caractéristiques de position, caractéristiques de dispersion). [1]
- Étudier une série statistique bivariée (représentations graphiques, coefficient de corrélation affine, régression affine par la méthode des moindres carrés). [1]
- Identifier les coefficients de deux polynômes.
- Montrer qu'un polynôme est nul (à l'aide du degré et du nombre de racines).
- Calculer l'ordre de multiplicité d'une racine d'un polynôme.
- Factoriser un polynôme dans  $\mathbb{C}[X]$ .

## Exemples de questions de cours

- Rappeler la définition de la covariance et écrire une fonction Python la calculant. [2]
- Rappeler et démontrer la formule de Koenig-Huygens pour la covariance.
- Montrer que  $|\rho_{x,y}| \leq 1$  avec égalité si et seulement si  $x$  et  $y$  sont en relation affine.
- Rappeler l'équation de la droite de régression affine par la méthode des moindres carrés.
- Montrer que le produit des polynômes est associatif.
- Montrer que le produit des polynômes est intègre.
- Rappeler le degré d'une somme, d'un produit, d'une composée et de la dérivée de polynômes.
- Rappeler et démontrer que  $(PQ)' = P'Q + PQ'$  pour des polynômes  $P$  et  $Q$ .
- Rappeler et démontrer l'expression de  $(X^n)^{(k)}$  pour tout  $(k, n) \in \mathbb{N}^2$ .
- Montrer que  $a$  est une racine d'un polynôme  $P$  si et seulement si  $P$  est factorisable par  $X - a$ .
- Rappeler la définition de l'ordre de multiplicité d'une racine.

## Notes aux khôlleurs

- [1] On pourra donner des exercices de statistiques à faire sur table avec l'aide d'une calculatrice. On pourra également demander d'écrire des fonctions en Python permettant de calculer les différentes caractéristiques.
- [2] En prenant en argument une liste de modalités et éventuellement une liste d'effectifs.