

Programme de khôlles n° 20

semaine du 11 au 16 mars

Mots-clefs

- **Polynômes** : définition, coefficients, le polynôme X , notation des polynômes, l'ensemble $\mathbb{K}[X]$, degré, l'ensemble $\mathbb{K}_n[X]$, opérations sur les polynômes (multiplication par un scalaire, somme, produit, composition, dérivation), propriétés des opérations sur les polynômes, évaluation d'un polynôme, fonctions polynomiales, racine, racine et factorisation, nombre de racines, ordre de multiplicité d'une racine, racine multiple et dérivées successives, théorème fondamental de l'algèbre, factorisation d'un polynôme dans $\mathbb{C}[X]$.
- **Limites de fonctions réelles** : voisinage d'un point, voisinage à droite ou à gauche, voisinage de $+\infty$ ou ∞ , limite finie, unicité de la limite, limites infinies, limites à droite et à gauche, opérations sur les limites (somme, produit, quotient, composition, puissance), passage à la limite dans des inégalités, théorème de la limite par encadrement, théorème de la limite par comparaison, théorème de la limite monotone, fonctions négligeables, notation $o_{x \rightarrow a}$, propriétés des fonctions négligeables, théorème des croissances comparées, corollaires du théorème des croissances comparées, fonctions équivalentes, notation $\sim_{x \rightarrow a}$, propriétés et opérations sur les fonctions équivalentes, liens entre limites et fonctions équivalentes, équivalents usuels.
- **Probabilités** : définition d'une probabilité, expérience aléatoire, univers, événement, propriétés de calculs des probabilités, événement complémentaire, événements incompatibles, système complet d'événements, événements élémentaires, construction d'une probabilité à partir des probabilités élémentaires, probabilité uniforme, propriétés de la probabilité uniforme, définition de la probabilité conditionnelle, propriétés des probabilités conditionnelles, formule des probabilités composées, formule des probabilités totales, formule de Bayes, événements indépendants, événements mutuellement indépendants, propriétés de l'indépendance. 1

Savoir-faire

- Identifier les coefficients de deux polynômes.
- Montrer qu'un polynôme est nul (à l'aide du degré et du nombre de racines).
- Calculer l'ordre de multiplicité d'une racine d'un polynôme.
- Factoriser un polynôme dans $\mathbb{C}[X]$.
- Montrer qu'une fonction n'admet pas de limite en un point (à l'aide des limites à gauche et à droite ou de suites).
- Montrer qu'une fonction admet une limite en un point (à l'aide des limites à gauche et à droite ou des théorèmes généraux).
- Étudier les limites d'une fonction implicite.
- Calculer des limites (à l'aide des opérations usuelles, du théorème des croissances comparées ou des équivalents usuels).
- Déterminer un équivalent simple d'une fonction en un point.

Exemples de questions de cours

- Montrer que a est une racine d'un polynôme P si et seulement si P est factorisable par $X - a$.
- Rappeler la définition de l'ordre de multiplicité d'une racine.
- Démontrer l'unicité de la limite (lorsque $x \rightarrow a \in \mathbb{R}$, $x \rightarrow +\infty$ ou $x \rightarrow -\infty$).
- Rappeler des équivalents usuels.
- Rappeler le théorème des croissances comparées et démontrer que $\ln(x) = o_{x \rightarrow +\infty}(x^\alpha)$ où $\alpha > 0$.
- En rappelant les définitions, montrer que la probabilité conditionnelle est une probabilité.
- Rappeler et démontrer la formule de Poincaré (pour l'union de deux événements).
- En rappelant les définitions, montrer que les événements élémentaires forment un système complet d'événements.
- Montrer que pour tout $(p_1, p_2, \dots, p_n) \in [0, 1]^n$, il existe une unique probabilité P sur $\Omega = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ telle que $\forall i \in \llbracket 1, n \rrbracket$, $P(\{x_i\}) = p_i$ si et seulement si $\sum_{i=1}^n p_i = 1$.
- Rappeler et démontrer la formule des probabilités composées.
- Rappeler et démontrer la formule des probabilités totales.
- Rappeler et démontrer la formule de Bayes.

Notes aux khôleurs

- 1 Pas d'exercices de probabilités cette semaine.