Programme de khôlles n$^{\text{o}}$ 22

semaine du 25 au 30 mars

Mots-clefs

— **Probabilités** : définition d'une probabilité, expérience aléatoire, univers, événement, propriétés de calculs des probabilités, événement complémentaire, événements incompatibles, système complet d'événements, événements élémentaires, construction d'une probabilité à partir des probabilités élémentaires, probabilité uniforme, propriétés de la probabilité uniforme, définition de la probabilité conditionnelle, propriétés des probabilités conditionnelles, formule des probabilités composées, formule des probabilités totales, formule de Bayes, événements indépendants, événements mutuellement indépendants, propriétés de l'indépendance.

— **Continuité** : définition de la continuité en un point, caractérisation de la continuité à l'aide des limites à gauche et à droite, définition de la continuité sur une partie de $\mathbb{R}$, l'ensemble $\mathscr{C}^0(I)$, opérations sur les fonctions continues (somme, produit, quotient, composition), prolongement par continuité, approximation d'une solution d'une équation, algorithme de dichotomie, théorème des valeurs intermédiaires, image d'un intervalle par une fonction continue, courbe représentative d'une fonction continue, théorème de la bijection continue, théorème des bornes, image d'un segment par une fonction continue

— **L'espace vectoriel** $\mathbb{K}^n$: multiplication par un scalaire, addition de vecteurs, propriétés des opérations de l'espace vectoriel $\mathbb{K}^n$, combinaisons linéaires, familles de vecteurs linéairement dépendants, définition d'un sous-espace vectoriel, toute combinaison linéaire de vecteurs d'un sous-espace vectoriel appartient à ce sous-espace vectoriel, droites vectorielles, plans vectoriels, hyperplans, intersection de sous-espaces vectoriels, sous-espace vectoriel engendré, notation $\mathrm{Vect}(\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \dots, \overrightarrow{u_p})$, propriétés des sous-espaces vectoriels engendrés. $\boxed{1}$

Savoir-faire

— Modéliser une expérience aléatoire.

— Calculer des probabilités (utiliser une situation d'équiprobabilité, utiliser des événements incompatibles, utiliser des événements mutuellement indépendants, utiliser un système complet d'événements, utiliser des probabilités conditionnelles, utiliser un arbre de probabilités, etc.).

— Calculer la probabilité d'une cause sachant la conséquence à l'aide de la formule de Bayes.

— Étudier le prolongement par continuité d'une fonction en un point du bord de son ensemble de définition.

— Déterminer une approximation de la solution d'une équation à l'aide d'un algorithme de dichotomie.

— Utiliser le théorème des valeurs intermédiaires ou le théorème des bornes.

— Étudier la continuité d'une fonction implicite.

Exemples de questions de cours

— Montrer que si $f \in \mathscr{C}^0([a,b])$ avec $f(a)f(b) \leqslant 0$ alors $\exists c \in [a,b],\ f(c) = 0$.

— Écrire une fonction en Python qui calcule l'approximation de la solution d'une équation à l'aide d'un algorithme de dichotomie. $\boxed{2}$

— Rappeler le théorème des valeurs intermédiaires, le théorème de la bijection continue et le théorème des bornes.

— Rappeler la définition d'un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^n$ et montrer que toute combinaison linéaire de vecteurs d'un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^n$ appartient à ce sous-espace.

— Rappeler la définition d'un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^n$ et montrer que $\{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{K}^n \,|\, \sum_{k=1}^n a_k x_k = 0\}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^n$ pour tout $(a_1, \dots, a_n) \in \mathbb{K}^n$.

— Rappeler la définition d'un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^n$ et montrer que l'intersection de deux sous-espaces vectoriels de $\mathbb{K}^n$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^n$.

— Rappeler la définition de $\mathrm{Vect}(\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \dots, \overrightarrow{u_p})$ et montrer que c'est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^n$.

— Montrer que $\mathrm{Vect}(\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \dots, \overrightarrow{u_p})$ est le plus petit sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^n$ contenant $\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \dots, \overrightarrow{u_p}$.

— Montrer que si $\overrightarrow{u} \in \mathrm{Vect}(\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \dots, \overrightarrow{u_p})$ alors $\mathrm{Vect}(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \dots, \overrightarrow{u_p}) = \mathrm{Vect}(\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \dots, \overrightarrow{u_p})$.

Notes aux khôlleurs

$\boxed{1}$ Pas d'exercices sur l'espace vectoriel $\mathbb{K}^n$ cette semaine.

$\boxed{2}$ On peut demander deux fonctions : une première qui calcule le n-ième terme d'une suite qui converge vers la solution puis une deuxième qui calcule une approximation étant donnée une précision.