

Programme de khôlles n° 23

semaine du 3 au 8 avril

Mots-clefs

- **Polynômes réels** : définition, monômes, coefficients, le polynôme nul, fonctions constantes, fonctions affines, fonctions puissances d'exposants entiers, opérations sur les polynômes (combinaison linéaire, produit, composée, dérivée), coefficient dominant, degré, racine réelle, polynômes de degré impair, racine et factorisation, nombre maximal de racines, ordre de multiplicité d'une racine. [1]
- **Limites de fonctions réelles d'une variable** : voisinage de l'infini, limite finie ou infinie en $+\infty$ ou $-\infty$, voisinage d'un point, limite en un point, voisinage à droite ou à gauche, limite finie ou infinie à droite ou à gauche, unicité de la limite, opérations avec des limites, limites et inégalités, théorème de la limite par encadrement, théorème de la limite par comparaison, théorème de la limite monotone, fonctions négligeables, notation $o_{x \rightarrow a}$, théorème des croissances comparées, fonctions équivalentes, notation $\sim_{x \rightarrow a}$, propriétés des fonctions équivalentes, équivalents usuels, calculs de limites à l'aide d'équivalents.
- **Probabilités sur un univers fini** : expérience aléatoire, univers Ω , événement, événement certain, événement impossible, événements incompatibles, système complet d'événements, probabilité sur Ω , propriétés d'une probabilité, espace probabilisé fini, construction d'une probabilité, probabilité uniforme, définition de la probabilité conditionnelle, propriétés des probabilités conditionnelles. [2]

Savoir-faire

- Factoriser un polynôme réel à l'aide de racines évidentes.
- Déterminer l'ordre de multiplicité d'une racine.
- Montrer qu'une limite n'existe pas à l'aide des limites à gauche et à droite.
- Calculer des limites à l'aide des opérations usuelles.
- Calculer des limites à l'aide du théorème des croissances comparées (en changeant de variable si besoin).
- Connaître les équivalents usuels.
- Calculer des limites à l'aide d'équivalents (en changeant de variable si besoin).
- Déterminer un espace probabilisé fini permettant de modéliser une expérience aléatoire.
- Calculer des probabilités à l'aide du dénombrement. [2]

Exemples de questions de cours

- Rappeler une des définitions de la limite d'une fonction (limite finie ou infinie en $+\infty$ ou ∞ , limite en un point, limite finie ou infinie à droite ou à gauche).
- Rappeler le théorème de la limite monotone pour une fonction $f :]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ (tous les cas).
- Rappeler le théorème des croissances comparées et démontrer que $\ln(x) = o_{x \rightarrow +\infty}(x^\alpha)$, ou que $x^\alpha = o_{x \rightarrow +\infty}(q^x)$ (avec $\alpha > 0$ et $q > 1$).
- Rappeler quelques équivalents usuels et en démontrer un. [3]
- Rappeler la définition d'une probabilité P sur Ω et montrer que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ pour tout couple (A, B) d'événements de Ω .
- Montrer que si $(p_1, p_2, \dots, p_n) \in [0, 1]^n$ vérifient $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ alors il existe une probabilité P sur $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ telle que $P(\{\omega_i\}) = p_i$ pour tout $i \in \{1, 2, \dots, n\}$.
- Rappeler la définition d'une probabilité conditionnelle et montrer que c'est bien une probabilité.

Notes aux khôleurs

- [1] Les polynômes complexes ne sont plus au programme de BCSPT1, ni les racines complexes des polynômes réels. Les polynômes réels sont pour vus seulement comme des fonctions polynomiales et l'ensemble $\mathbb{R}[X]$ sera introduit seulement en deuxième année.
- [2] Pas d'exercices cette semaine utilisant les formules de probabilités (composées, totales, Bayes). Les objectifs pour l'instant sont de modéliser des expériences aléatoires, utiliser le vocabulaire des probabilités et réviser le dénombrement.
- [3] Équivalents de $P(x)$ lorsque $x \rightarrow \pm\infty$ ou $x \rightarrow 0$ pour P une fonction polynomiale, et équivalents de $(1+x)^\alpha - 1$, $\ln(1+x)$, $\exp(x) - 1$, $\cos(x) - 1$, $\sin(x)$ et $\tan(x)$ lorsque $x \rightarrow 0$ (à l'aide d'un taux d'accroissement en 0, sauf pour \cos où on se ramène à \sin par des formules de trigo).