

Programme de khôlles n° 24

semaine du 11 au 15 avril

Mots-clefs

- **Limites de fonctions réelles d'une variable** : voisinage de l'infini, limite finie ou infinie en $+\infty$ ou $-\infty$, voisinage d'un point, limite en un point, voisinage à droite ou à gauche, limite finie ou infinie à droite ou à gauche, unicité de la limite, opérations avec des limites, limites et inégalités, théorème de la limite par encadrement, théorème de la limite par comparaison, théorème de la limite monotone, fonctions négligeables, notation $o_{x \rightarrow a}$, théorème des croissances comparées, fonctions équivalentes, notation $\sim_{x \rightarrow a}$, propriétés des fonctions équivalentes, équivalents usuels, calculs de limites à l'aide d'équivalents.
- **Probabilités sur un univers fini** : expérience aléatoire, univers Ω , événement, événement certain, événement impossible, événements incompatibles, système complet d'événements, probabilité sur Ω , propriétés d'une probabilité, espace probabilisé fini, construction d'une probabilité, probabilité uniforme, définition de la probabilité conditionnelle, propriétés des probabilités conditionnelles, formule des probabilités composées, formule des probabilités totales, formule de Bayes, événements indépendants, événements mutuellement indépendants, propriétés de l'indépendance.
- **Continuité** : continuité et discontinuité en un point, continuité à gauche et à droite, prolongement par continuité, l'ensemble $\mathcal{C}^0(I)$ des fonctions continues sur un intervalle, continuité des fonctions usuelles, opérations avec des fonctions de classe \mathcal{C}^0 . 1

Savoir-faire

- Montrer qu'une limite n'existe pas à l'aide des limites à gauche et à droite.
- Calculer des limites à l'aide des opérations usuelles.
- Calculer des limites à l'aide du théorème des croissances comparées (en changeant de variable si besoin).
- Connaître les équivalents usuels.
- Calculer des limites à l'aide d'équivalents (en changeant de variable si besoin).
- Déterminer un espace probabilisé fini permettant de modéliser une expérience aléatoire.
- Calculer des probabilités à l'aide du dénombrement.
- Calculer la probabilité d'une union (de deux événements ou d'un nombre quelconque d'événements deux à deux incompatibles).
- Calculer la probabilité d'une intersection (dans le cas d'événements mutuellement indépendants ou à l'aide de la formule des probabilités composées).
- Calculer une probabilité à l'aide de la formule des probabilités totales.
- Calculer la probabilité d'une cause sachant la conséquence (à l'aide de la formule de Bayes).
- Étudier la continuité en un point à l'aide de limites.
- Montrer qu'une fonction est prolongeable par continuité en un point à l'aide de limites.

Exemples de questions de cours

- Rappeler la définition d'une probabilité P sur Ω et montrer que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ pour tout couple (A, B) d'événements de Ω .
- Montrer que si $(p_1, p_2, \dots, p_n) \in [0, 1]^n$ vérifient $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ alors il existe une probabilité P sur $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ telle que $P(\{\omega_i\}) = p_i$ pour tout $i \in \{1, 2, \dots, n\}$.
- Rappeler la définition d'une probabilité conditionnelle et montrer que c'est bien une probabilité.
- Rappeler et démontrer la formule des probabilités composées.
- Rappeler et démontrer la formule des probabilités totales.
- Rappeler et démontrer la formule de Bayes.
- Montrer que si une fonction réelle f est continue en $a \in \mathbb{R}$ et que $f(a) > 0$ alors $f > 0$ au voisinage de a .

Notes aux khôleurs

- 1 L'algorithme de dichotomie, le théorème des valeurs intermédiaires et le théorème des bornes n'ont pas encore été vus. Pour cette semaine, seulement des exercices sur la continuité en un point ou le prolongement par continuité en un point qui peuvent se ramener à des calculs de limites.