

Programme de khôlles n° 3

semaine du 3 au 8 octobre

Mots-clefs

- **Raisonnement par récurrence** : principe de récurrence simple, principe de récurrence double.
- **Nombres réels** : l'ensemble des nombres réels \mathbb{R} , propriétés des opérations algébriques avec des réels, intervalles, valeur absolue, propriétés de la valeur absolue (multiplicativité, inégalité triangulaire), partie entière, puissance (d'exposants entiers), racine carrée, racine cubique, propriétés des puissances et des racines, identités remarquables, règles de calcul algébrique avec des inégalités, majorant, minorant, plus grand élément, plus petit élément, borne supérieure, borne inférieure. [1]
- **Trigonométrie** : angle orienté, les fonctions trigonométriques (cosinus, sinus, tangente), propriétés des fonctions trigonométriques (périodicité, symétries), formules de trigonométrie (Pythagore, addition, duplication), arccosinus, arcsinus, arctangente, résolution d'équations trigonométriques. [2]

Savoir-faire

- Rédiger des raisonnements logiques issus de révisions du lycée (nombres réels, égalités et inégalités, équations et inéquations, suites et fonctions simples, etc.). En particulier : prouver une implication (directement ou par contraposition), prouver une ou plusieurs équivalences, raisonner par déduction, raisonner par l'absurde, prouver une proposition commençant par \forall (éventuellement par disjonction de cas), prouver une proposition commençant par \exists (par analyse-synthèse), prouver une inclusion ou une égalité d'ensembles. [3]
- Rédiger un raisonnement par récurrence simple ou double.
- Résoudre une équation (éventuellement à paramètres).
- Résoudre plusieurs équations à plusieurs inconnues (par substitution).
- Résoudre une inéquation (éventuellement à paramètres).
- Résoudre une équation trigonométrique. [2]

Exemples de questions de cours

- Démontrer l'inégalité de Bernoulli : $\forall n \geq 2, \forall x > 0, (1+x)^n > 1+nx$.
- Rappeler la définition de la partie entière et démontrer son unicité.
- Rappeler la définition de $\max(A)$ et $\sup(A)$ (où $A \subset \mathbb{R}$) et démontrer l'unicité du plus grand élément.
- Retrouver des propriétés des fonctions trigonométriques (périodicité, décalages, parités, symétries) à l'aide du cercle trigonométrique.
- Rappeler les valeurs remarquables des fonctions trigonométriques.
- Rappeler les formules d'addition et de duplication du cosinus et du sinus.
- Rappeler les définitions de $\arccos(x)$ (où $x \in [-1, 1]$), $\arcsin(y)$ (où $y \in [-1, 1]$) et $\arctan(t)$ (où $t \in \mathbb{R}$).
- Montrer que $\arccos(-x) = \pi - \arccos(x)$ pour tout $x \in [-1, 1]$.

Notes aux khôlleurs

- [1] Les puissances d'exposants réels n'ont pas encore été introduites dans le cours.
- [2] Pour les exercices de trigonométrie cette semaine, seulement des équations trigonométriques qui peuvent se ramener à des équations simples par changement de variable. Pas encore d'expressions du type $a \cos(\theta) + b \sin(\theta)$ ou nécessitant l'utilisation de nombres complexes. Les fonctions trigonométriques réciproques ont été introduites seulement pour résoudre des équations trigonométriques dont les solutions ne sont pas des valeurs remarquables, mais leurs études en tant que fonctions réelles n'ont pas encore été abordées.
- [3] Les nombres complexes ne font plus partie des révisions du lycée.