

Programme de khôlles n° 3

semaine du 28 septembre au 3 octobre

Mots-clefs

- **Nombres entiers et récurrence** : l'ensemble des entiers naturels \mathbb{N} , l'ensemble des entiers relatifs \mathbb{Z} , intervalle d'entiers $[[k, \ell]]$, principe de récurrence simple, principe de récurrence double.
- **Nombres réels** : l'ensemble des nombres rationnels \mathbb{Q} , l'ensemble des nombres réels \mathbb{R} , écriture décimale d'un nombre réel, propriétés des opérations sur les réels (commutativité, associativité, distributivité, éléments neutres, élément absorbant, opposé, inverse, intégrité), congruence, inégalité, propriété de l'inégalité (antisymétrie, transitivité, compatibilité avec l'addition, positive compatibilité avec la multiplication, passage à l'opposé, passage à l'inverse), intervalles, majorant, minorant, partie majorée, partie minorée, plus grand élément, plus petit élément, borné supérieure, borne inférieure, partie entière, valeur absolue, inégalité triangulaire, puissances (exposants entiers et réels), racines n -ièmes.
- **Nombres complexes** : l'ensemble des nombres complexes \mathbb{C} , forme algébrique, parties réelle et imaginaire, le plan complexe, propriétés des opérations sur les complexes (commutativité, associativité, distributivité, éléments neutres, élément absorbant, opposé, inverse, intégrité), conjugué, module, inégalité triangulaire, le cercle unité \mathbb{U} , argument, forme exponentielle, exponentielle complexe.
- **Trigonométrie** : le cercle trigonométrique \mathbb{S}^1 , le nombre π , angle orienté, les fonctions trigonométriques (cosinus, sinus, tangente), liens avec les nombres complexes (formules d'Euler, formule de Moivre, formules de factorisation par l'angle moitié), propriétés des fonctions trigonométriques (parités, symétries, décalages, périodicités, valeurs remarquables, formules d'addition, formules de duplication, transformation de produits en sommes, transformation de sommes en produits), fonctions trigonométriques réciproques (arccosinus, arcsinus, arctangente), résolution d'équations et d'inéquations trigonométriques.

Savoir-faire

- Rédiger un raisonnement par récurrence simple ou par récurrence double.
- Manipuler des nombres complexes (en particulier savoir mettre sous forme algébrique ou exponentielle).
- Résoudre des équations d'inconnues réelles ou complexes (par équivalences).
- Résoudre des inéquations (éventuellement en étudiant le signe d'une fonction).
- Résoudre des équations ou des inéquations à paramètres (par disjonction de cas).
- Manipuler des équations du second degré (résolution dans \mathbb{C} et relations coefficients-racines).
- Résoudre l'équation $z^n = 1$ d'inconnue $z \in \mathbb{C}$ (afin de déterminer les racines n -ièmes de l'unité).
- Résoudre des équations ou des inéquations trigonométriques simples. ^[1]

Exemples de questions de cours

- Rappeler la définition du plus grand (ou plus petit) élément et démontrer son unicité (sous réserve d'existence).
- Rappeler la définition de la partie entière et démontrer son unicité.
- Rappeler et démontrer l'inégalité triangulaire pour les complexes.
- Rappeler des formules de trigonométrie (parités, symétries, décalages, périodicités, addition, duplication).
- Rappeler et démontrer les formules de factorisation par l'angle moitié.
- Transformer $\cos(\alpha)\cos(\beta)$ ou $\sin(\alpha)\sin(\beta)$ ou $\cos(\alpha)\sin(\beta)$ en sommes.
- Transformer $\cos(\alpha) + \cos(\beta)$ ou $\sin(\alpha) + \sin(\beta)$ ou $\cos(\alpha) - \sin(\beta)$ en produits.
- Exprimer $\cos(\theta)$, $\sin(\theta)$ et $\tan(\theta)$ en fonction de $t = \tan(\theta/2)$.
- Rappeler les définitions des fonctions trigonométriques réciproques.
- Démontrer que $\arccos(a) + \arcsin(a) = \pi/2$ pour tout $a \in [-1, 1]$.

Notes aux khôlleurs

- ^[1] L'objectif cette semaine est seulement de savoir utiliser le cercle trigonométrique et les fonctions trigonométriques réciproques (pas de résolution astucieuse à l'aide d'une formule de factorisation par exemple).