

# Programme de khôlles n° 4

semaine du 5 au 10 octobre

## Mots-clefs

- **Nombres complexes** : l'ensemble des nombres complexes  $\mathbb{C}$ , forme algébrique, parties réelle et imaginaire, le plan complexe, propriétés des opérations sur les complexes (commutativité, associativité, distributivité, éléments neutres, élément absorbant, opposé, inverse, intégrité), conjugué, module, inégalité triangulaire, le cercle unité  $\mathbb{U}$ , argument, forme exponentielle, exponentielle complexe.
- **Trigonométrie** : le cercle trigonométrique  $S^1$ , le nombre  $\pi$ , angle orienté, les fonctions trigonométriques (cosinus, sinus, tangente), liens avec les nombres complexes (formules d'Euler, formule de Moivre, formules de factorisation par l'angle moitié), propriétés des fonctions trigonométriques (parités, symétries, décalages, périodicités, valeurs remarquables, formules d'addition, formules de duplication, transformation de produits en sommes, transformation de sommes en produits), fonctions trigonométriques réciproques (arccosinus, arcsinus, arctangente), résolution d'équations et d'inéquations trigonométriques.
- **Suites numériques** : définition et notation des suites numériques, l'ensemble  $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$ , suites constantes, suites périodiques, période, propriétés des opérations sur les suites numériques, suites majorées et minorées, suites bornées, suites croissantes et décroissantes, suites arithmétiques (définition, expression du terme général, somme des termes), suites géométriques (définition, expression du terme général, somme des termes), suites arithmético-géométriques (définition, expression du terme général), suites récurrentes linéaires d'ordre 2 (définition, expression du terme général, détermination des constantes). 1

## Savoir-faire

- Manipuler des nombres complexes (en particulier savoir mettre sous forme algébrique ou exponentielle)
- Résoudre des équations d'inconnues réelles ou complexes (par équivalences).
- Résoudre des inéquations (éventuellement en étudiant le signe d'une fonction).
- Résoudre des équations ou des inéquations à paramètres (par disjonction de cas).
- Manipuler des équations du second degré (résolution dans  $\mathbb{C}$  et relations coefficients-racines).
- Résoudre l'équation  $z^n = 1$  d'inconnue  $z \in \mathbb{C}$  (afin de déterminer les racines  $n$ -ièmes de l'unité).
- Résoudre des équations ou des inéquations trigonométriques (éventuellement à l'aide des fonctions trigonométriques réciproques).
- Déterminer un argument d'un nombre complexe.
- Simplifier  $a \cos(\theta) + b \sin(\theta)$ , développer  $\cos(n\theta)$  ou  $\sin(n\theta)$ , et linéariser  $\cos^p(\theta) \sin^q(\theta)$ .
- Transformer un produit de cosinus ou sinus en somme, et transformer une somme en produit.
- Étudier les propriétés de suites simples (constance, périodicité, bornes, monotonie, etc.).

## Exemples de questions de cours

- Rappeler des formules de trigonométrie (parités, symétries, décalages, périodicités, addition, duplication).
- Rappeler et démontrer les formules de factorisation par l'angle moitié.
- Transformer  $\cos(\alpha) \cos(\beta)$  ou  $\sin(\alpha) \sin(\beta)$  ou  $\cos(\alpha) \sin(\beta)$  en sommes.
- Transformer  $\cos(\alpha) + \cos(\beta)$  ou  $\sin(\alpha) + \sin(\beta)$  ou  $\cos(\alpha) - \sin(\beta)$  en produits.
- Exprimer  $\cos(\theta)$ ,  $\sin(\theta)$  et  $\tan(\theta)$  en fonction de  $t = \tan(\theta/2)$ .
- Rappeler les définitions des fonctions trigonométriques réciproques.
- Démontrer que  $\arccos(a) + \arcsin(a) = \pi/2$  pour tout  $a \in [-1, 1]$ .
- Démontrer qu'une suite réelle  $(u_n)_{n \geq n_0}$  est bornée si et seulement si  $(|u_n|)_{n \geq n_0}$  est majorée.
- Démontrer qu'une suite  $(u_n)_{n \geq n_0}$  est constante si et seulement si  $\forall n \geq n_0, u_{n+1} = u_n$ .
- Démontrer qu'une suite  $(u_n)_{n \geq n_0}$  est croissante si et seulement si  $\forall n \geq n_0, u_{n+1} \geq u_n$ .
- Rappeler la définition, l'expression du terme général et la somme des termes d'une suite arithmétique.
- Rappeler la définition, l'expression du terme général et la somme des termes d'une suite géométrique.
- Rappeler et démontrer par récurrence double la formule du terme général du suite récurrente linéaire d'ordre deux dans l'un des trois cas selon le signe du discriminant de l'équation caractéristique associée. 2

## Notes aux khôlleurs

- 1 Pas d'exercices sur les suites arithmético-géométriques ou récurrentes linéaires d'ordre deux cette semaine.
- 2 On admettra l'existence d'une solution au système linéaire de l'initialisation.