

Programme de khôlles n° 4

semaine du 8 au 13 octobre

Mots-clefs

- **Nombres réels** : l'ensemble des nombres rationnels \mathbb{Q} , l'ensemble des nombres réels \mathbb{R} , écriture décimale d'un nombre réel, propriétés des opérations sur les réels (commutativité, associativité, distributivité, éléments neutres, élément absorbant, opposé, inverse, intégrité), congruence, inégalité, propriété de l'inégalité (antisymétrie, transitivité, compatibilité avec l'addition, positive compatibilité avec la multiplication, passage à l'opposé, passage à l'inverse), intervalles, majorant, minorant, partie majorée, partie minorée, plus grand élément, plus petit élément, borné supérieure, borne inférieure, partie entière, valeur absolue, inégalité triangulaire, puissances (exposants entiers et réels), racines n -ièmes.
- **Nombres complexes** : l'ensemble des nombres complexes \mathbb{C} , forme algébrique, parties réelle et imaginaire, le plan complexe, propriétés des opérations sur les complexes (commutativité, associativité, distributivité, éléments neutres, élément absorbant, opposé, inverse, intégrité), conjugué, module, inégalité triangulaire, le cercle unité \mathbb{U} , argument, cosinus et sinus, formules d'Euler, formule de Moivre, formules de factorisation par l'angle moitié, forme exponentielle, forme trigonométrique, exponentielle complexe.
- **Trigonométrie** : le cercle trigonométrique \mathbb{S}^1 , le nombre π , angle orienté, les fonctions trigonométriques (cosinus, sinus, tangente), propriétés des fonctions trigonométriques (parités, symétries, décalages, périodicités, valeurs remarquables, formules d'addition, formules de duplication, transformation de produits en sommes, transformation de sommes en produits), fonctions trigonométriques réciproques (arccosinus, arcsinus, arctangente), résolution d'équations et d'inéquations trigonométriques.
- **Suites numériques** : définition et notation des suites numériques, l'ensemble $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$, suites constantes, suites périodiques, période, propriétés des opérations sur les suites numériques, suites majorées et minorées, suites bornées, suites croissantes et décroissantes, suites arithmétiques (définition, expression du terme général, somme des termes), suites géométriques (définition, expression du terme général, somme des termes). 1

Savoir-faire

- Résoudre des équations d'inconnues réelles ou complexes (par équivalences).
- Résoudre des inéquations (éventuellement en étudiant le signe d'une fonction).
- Résoudre des équations ou des inéquations à paramètres (par disjonction de cas).
- Manipuler des équations du second degré (résolution dans \mathbb{C} et relations coefficients-racines).
- Résoudre l'équation $z^n = 1$ d'inconnue $z \in \mathbb{C}$ (afin de déterminer les racines n -ièmes de l'unité).
- Résoudre des équations ou des inéquations trigonométriques (éventuellement à l'aide des fonctions trigonométriques réciproques).
- Déterminer un argument d'un nombre complexe.
- Simplifier $a \cos(\theta) + b \sin(\theta)$, développer $\cos(n\theta)$ ou $\sin(n\theta)$, et linéariser $\cos^p(\theta) \sin^q(\theta)$.
- Transformer un produit de cosinus ou sinus en somme, et transformer une somme en produit.

Exemples de questions de cours

- Rappeler et démontrer l'inégalité triangulaire pour les complexes.
- Rappeler et démontrer les formules de factorisation par l'angle moitié.
- Rappeler des formules de trigonométrie (parités, symétries, décalages, périodicités, addition, duplication).
- Transformer $\cos(\alpha) \cos(\beta)$ ou $\sin(\alpha) \sin(\beta)$ ou $\cos(\alpha) \sin(\beta)$ en sommes.
- Transformer $\cos(\alpha) + \cos(\beta)$ ou $\sin(\alpha) + \sin(\beta)$ ou $\cos(\alpha) - \sin(\beta)$ en produits.
- Exprimer $\cos(\theta)$, $\sin(\theta)$ et $\tan(\theta)$ en fonction de $t = \tan(\theta/2)$.
- Rappeler les définitions des fonctions trigonométriques réciproques.
- Démontrer qu'une suite réelle $(u_n)_{n \geq n_0}$ est bornée si et seulement si $(|u_n|)_{n \geq n_0}$ est majorée.
- Démontrer qu'une suite majorée à partir d'un certain rang est majorée.
- Démontrer qu'une suite $(u_n)_{n \geq n_0}$ est croissante si et seulement si $\forall n \geq n_0, u_{n+1} \geq u_n$.
- Rappeler la définition, l'expression du terme général et la somme des termes d'une suite arithmétique.
- Rappeler la définition, l'expression du terme général et la somme des termes d'une suite géométrique.

Notes aux khôlleurs

- 1 Pas de suites arithmético-géométriques ou récurrentes linéaires d'ordre deux cette semaine.