Programme de khôlles n° 5

semaine du 15 au 20 octobre

Mots-clefs

— **Trigonométrie** : le cercle trigonométrique $\mathbb{S}^1$, le nombre π, angle orienté, les fonctions trigonométriques (cosinus, sinus, tangente), propriétés des fonctions trigonométriques (parités, symétries, décalages, périodicités, valeurs remarquables, formules d'addition, formules de duplication, transformation de produits en sommes, transformation de sommes en produits), fonctions trigonométriques réciproques (arccosinus, arcsinus, arctangente), résolution d'équations et d'inéquations trigonométriques.

— **Suites numériques** : définition et notation des suites numériques, l'ensemble $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$, suites constantes, suites périodiques, période, propriétés des opérations sur les suites numériques, suites majorées et minorées, suites bornées, suites croissantes et décroissantes, suites arithmétiques (définition, expression du terme général, somme des termes), suites géométriques (définition, expression du terme général, somme des termes), suites arithmético-géométriques (définition, expression du terme général), suites récurrentes linéaires d'ordre 2 (définition, expression du terme général, détermination des constantes).

— **Sommes et produits** : le symbole $\sum$, somme des premiers entiers, somme des premiers carrés, somme des premiers cubes, somme des termes d'une suite arithmétique, somme des termes d'une suite géométrique, propriétés des opérations avec le symbole $\sum$ (associativité, linéarité, décalage d'indice, inversion de l'ordre de sommation, somme télescopique, séparation des indices pairs et impairs, inégalité triangulaire), sommes doubles (sur un rectangle ou un triangle d'indices), le symbole $\prod$, factorielle, propriétés des opérations avec le symbole $\prod$ (associativité, multiplicativité, décalage d'indice, inversion de l'ordre du produit, produit télescopique, séparation des indices pairs et impairs, produits doubles sur un rectangle ou un triangle d'indices), définition des coefficients binomiaux, propriétés des coefficients binomiaux (symétrie, formule du pion, formule de Pascal), triangle de Pascal, formule du binôme de Newton. $\boxed{1}$

Savoir-faire

— Résoudre des équations ou des inéquations trigonométriques (éventuellement à l'aide des fonctions trigonométriques réciproques).

— Déterminer un argument d'un nombre complexe.

— Simplifier $a\cos(\theta) + b\sin(\theta)$, développer $\cos(n\theta)$ ou $\sin(n\theta)$, et linéariser $\cos^p(\theta)\sin^q(\theta)$.

— Transformer un produit de cosinus ou sinus en somme, et transformer une somme en produit.

— Étudier les propriétés de suites simples (constance, périodicité, bornes, monotonie, etc.).

— Déterminer le terme général d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique, d'une suite arithmético-géométrique ou d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2.

— Étudier une suite récurrente du type $u_{n+1} = f(u_n)$ (représentation graphique des premiers termes après étude de la fonction f puis démonstration des conjectures par récurrence).

Exemples de questions de cours

— Démontrer qu'une suite réelle $(u_n)_{n\geqslant n_0}$ est bornée si et seulement si $(|u_n|)_{n\geqslant n_0}$ est majorée.

— Démontrer qu'une suite majorée à partir d'un certain rang est majorée.

— Démontrer qu'une suite $(u_n)_{n\geqslant n_0}$ est croissante si et seulement si $\forall n \geqslant n_0,\ u_{n+1} \geqslant u_n$.

— Rappeler la définition, l'expression du terme général et la somme des termes d'une suite arithmétique.

— Rappeler la définition, l'expression du terme général et la somme des termes d'une suite géométrique.

— Rappeler et démontrer par récurrence double la formule du terme général du suite récurrente linéaire d'ordre deux dans l'un des trois cas selon le signe du discriminant de l'équation caractéristique associée. $\boxed{2}$

— Rappeler et démontrer par récurrence la formule de la somme des premiers carrés.

— Rappeler et démontrer la formule de Pascal.

— Rappeler et démontrer la formule du binôme de Newton.

Notes aux khôlleurs

— $\boxed{1}$ Pas d'exercices de sommes ou produits sauf des sommes de termes de suites arithmétiques ou géométriques.

— $\boxed{2}$ On admettra l'existence d'une solution au système linéaire de l'initialisation.