Programme de khôlles n° 6

semaine du 7 au 12 novembre

Mots-clefs

— **Nombres complexes** : l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, écriture algébrique, parties réelle et imaginaire, propriétés des opérations algébriques avec des complexes, représentation géométrique d'un nombre complexe, affixe, conjugué, propriétés de la conjugaison, module, propriétés du module (multiplicativité, inégalité triangulaire), résolution des équations du second degré à coefficients réels (somme et produit des solutions), le cercle unité, propriétés de la notation $e^{i\theta}$ (formules d'Euler, factorisation par l'angle moitié, formule de Moivre), argument dans $\mathbb{C}^*$, écriture exponentielle, résolution de l'équation $z^2 = a$ avec $a \in \mathbb{C}$.
— **Suites réelles** : suite, terme d'une suite, opérations avec des suites (somme, produit, quotient), suites majorées ou minorées, suites bornées, suites croissantes ou décroissantes, suites constantes, suites arithmétiques, suites géométriques, suites arithmético-géométriques, suites récurrentes linéaires d'ordre deux, étudier une suite définie par récurrence. $\boxed{1}$

Savoir-faire

— Simplifier une expression de complexes sous forme algébrique.
— Déterminer un argument d'un complexe.
— Trigonométrer à l'aide de complexes (linéariser $\cos^p(\theta)\sin^q(\theta)$, développer un produit de fonctions trigonométriques, factoriser une somme de fonctions trigonométriques à l'aide de l'angle moitié).
— Résoudre une équation d'inconnue complexe (équation du second degré à coefficients réels, équation $z^2 = a$ avec $a \in \mathbb{C}$).
— Calculer le terme général d'une suite arithmétique ou d'une suite géométrique.
— Calculer le terme général d'une suite arithmético-géométrique (à l'aide d'une suite auxiliaire géométrique).
— Calculer le terme général d'une suite récurrente linéaire d'ordre deux.
— Étudier une suite définie par récurrence (représentation graphique des premiers termes, puis démonstration des conjectures par récurrence).
— Écrire une fonction Python permettant de calculer les termes d'une suite définie par récurrence. $\boxed{2}$

Exemples de questions de cours

— Factoriser $\cos(\alpha) + \cos(\beta)$ (à l'aide de l'angle moitié).
— Rappeler la formule de Moivre et exprimer $\cos(3\theta)$ et $\sin(3\theta)$ en fonction de $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$.
— Démontrer qu'une suite réelle est bornée si et seulement la suite des valeurs absolues de ses termes est majorée.
— Démontrer qu'une suite réelle $(u_n)_{n\geqslant n_0}$ est croissante si et seulement si $\forall n \geqslant n_0,\ u_{n+1} - u_n \geqslant 0$ (ou la propriété similaire pour la décroissance, la stricte croissance ou la stricte décroissance).
— Rappeler et démontrer la forme du terme général d'une suite arithmétique ou d'une suite géométrique.
— Rappeler la définition de la suite auxiliaire permettant d'étudier une suite arithmético-géométrique et montrer qu'elle est géométrique.
— Rappeler la forme du terme général d'une suite récurrente linéaire d'ordre deux dans l'un des trois cas et montrer que cette forme vérifie bien la relation de récurrence. $\boxed{3}$

Notes aux khôlleurs

— $\boxed{1}$ Pas d'étude asymptotique (convergence, limite, etc.) dans ce chapitre.
— $\boxed{2}$ À l'aide d'une boucle `for` (pas de récursivité cette semaine).
— $\boxed{3}$ L'idée est de se limiter à la preuve de l'hérédité de la récurrence double dans l'un des trois cas de la démonstration générale.