Programme de khôlles n° 6

semaine du 5 au 10 novembre

Mots-clefs

- **Suites numériques** : définition et notation des suites numériques, l'ensemble $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$, suites constantes, suites périodiques, période, propriétés des opérations sur les suites numériques, suites majorées et minorées, suites bornées, suites croissantes et décroissantes, suites arithmétiques (définition, expression du terme général, somme des termes), suites géométriques (définition, expression du terme général, somme des termes), suites arithmético-géométriques (définition, expression du terme général), suites récurrentes linéaires d'ordre 2 (définition, expression du terme général, détermination des constantes).
- **Sommes et produits** : le symbole $\sum$, somme des premiers entiers, somme des premiers carrés, somme des premiers cubes, somme des termes d'une suite arithmétique, somme des termes d'une suite géométrique, propriétés des opérations avec le symbole $\sum$ (associativité, linéarité, décalage d'indice, inversion de l'ordre de sommation, somme télescopique, séparation des indices pairs et impairs, inégalité triangulaire), sommes doubles (sur un rectangle ou un triangle d'indices), le symbole $\prod$, factorielle, propriétés des opérations avec le symbole $\prod$ (associativité, multiplicativité, décalage d'indice, inversion de l'ordre du produit, produit télescopique, séparation des indices pairs et impairs, produits doubles sur un rectangle ou un triangle d'indices), définition des coefficients binomiaux, propriétés des coefficients binomiaux (symétrie, formule du pion, formule de Pascal), triangle de Pascal, formule du binôme de Newton.
- **Applications** : ensembles de départ et d'arrivée, fonctions, applications, images, antécédents, l'ensemble F^E, l'application identité Id_E, applications caractéristiques d'une partie, image directe, ensemble des antécédents, restrictions, prolongements, composition, propriétés de la composition (non commutativité, associativité, élément neutre, inverse, unicité de l'application inverse), applications injectives, applications surjectives, applications bijectives, bijections réciproques, les applications inversibles sont les bijections, composition de bijections, fonctions réelles strictement monotones, image directe d'un intervalle par une fonction continue, théorème de la bijection, courbe représentative d'une bijection réciproque. $\boxed{1}$

Savoir-faire

- Étudier les propriétés de suites simples (constance, périodicité, bornes, monotonie, etc.).
- Déterminer le terme général d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique, d'une suite arithmético-géométrique ou d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
- Étudier une suite récurrente du type $u_{n+1} = f(u_n)$ (représentation graphique des premiers termes après étude de la fonction f puis démonstration des conjectures par récurrence).
- Connaître et utiliser les sommes usuelles (sommes des termes d'une suite arithmétique ou géométrique, formule du binôme de Newton, somme des premiers entiers, sommes des premiers carrés).
- Connaître et utiliser les factorielles et les coefficients binomiaux.
- Manipuler et calculer des sommes (linéarité, mdécalage d'indice, inversion de l'ordre de sommation, sommes télescopiques, séparation des indices pairs et impairs) et des produits (multiplicativité, etc.).
- Manipuler et calculer des sommes doubles et des produits doubles (sur un rectangle ou un triangle d'indices).

Exemples de questions de cours

- Rappeler et démontrer par récurrence double la formule du terme général d'une suite récurrente linéaire d'ordre deux dans l'un des trois cas selon le signe du discriminant de l'équation caractéristique associée. $\boxed{2}$
- Rappeler et démontrer par récurrence la formule de la somme des premiers carrés.
- Rappeler et démontrer la formule de Pascal.
- Rappeler et démontrer la formule du binôme de Newton.
- Montrer que la composition d'applications est associative.
- Rappeler la définition d'une application inversible et démontrer l'unicité de l'application inverse.
- Rappeler les définitions de l'injectivité, de la surjectivité, de la bijectivité et de la bijection réciproque.
- Montrer qu'une application est inversible si et seulement si elle est bijective.
- Montrer que la composée de deux bijections est bijective en rappelant l'expression de sa bijection réciproque.
- Rappeler le théorème de la bijection et montrer qu'une fonction réelle strictement monotone est injective.

Notes aux khôlleurs

- $\boxed{1}$ Pas d'exercices sur les applications.
- $\boxed{2}$ On admettra l'existence d'une solution au système linéaire de l'initialisation.