Programme de khôlles n° 8

semaine du 21 au 26 novembre

Mots-clefs

- **Suites réelles** : suite, terme d'une suite, opérations avec des suites (somme, produit, quotient), suites majorées ou minorées, suites bornées, suites croissantes ou décroissantes, suites constantes, suites arithmétiques, suites géométriques, suites arithmético-géométriques, suites récurrentes linéaires d'ordre deux, étudier une suite définie par récurrence. $\boxed{1}$
- **Sommes et produits** : notation $\sum$, somme des premiers entiers, somme des premiers carrés, propriétés des opérations avec le symbole $\sum$ (associativité, linéarité), somme des termes consécutifs d'une progression arithmétique, somme des termes consécutifs d'une progression géométrique, manipulation du symbole $\sum$ (décalage d'indice, télescopage, séparation des indices pairs et impairs, inversion de l'ordre), sommes doubles (sur un rectangle ou un triangle d'indices), notation $\prod$, factorielle, propriétés des opérations avec le symbole $\prod$, manipulation du symbole $\prod$, coefficients binomiaux $\binom{n}{k}$, propriétés des coefficients binomiaux (symétrie, formule du pion, formule de Pascal), triangle de Pascal. $\boxed{2}$

Savoir-faire

- Calculer le terme général d'une suite arithmétique ou d'une suite géométrique.
- Calculer le terme général d'une suite arithmético-géométrique (à l'aide d'une suite auxiliaire géométrique).
- Calculer le terme général d'une suite récurrente linéaire d'ordre deux.
- Étudier une suite définie par récurrence (représentation graphique des premiers termes, puis démonstration des conjectures par récurrence).
- Écrire une fonction Python permettant de calculer les termes d'une suite définie par récurrence. $\boxed{3}$
- Écrire une fonction Python permettant de calculer une somme ou un produit. $\boxed{3}$
- Reconnaître et utiliser les sommes usuelles ($\sum_{k=1}^{n} k$, $\sum_{k=1}^{n} k^2$ et somme des termes consécutifs d'une progression arithmétique ou géométrique) dans un calcul de somme. $\boxed{2}$
- Manipuler le symbole $\sum$ (associativité, linéarité, décalage d'indice, télescopage, séparation des indices pairs et impairs, inversion de l'ordre). $\boxed{2}$
- Calculer une somme double sur un rectangle ou un triangle d'indices).
- Manipuler des factorielles et des coefficients binomiaux.

Exemples de questions de cours

- Rappeler et démontrer la formule de la somme des premiers entiers (par récurrence ou inversion de l'ordre).
- Rappeler et démontrer la formule de la somme des premiers carrés d'entiers.
- Rappeler et démontrer la formule de la somme des termes consécutifs d'une progression arithmétique.
- Rappeler et démontrer la formule de la somme des termes consécutifs d'une progression géométrique.
- Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer $\sum_{1 \leqslant i,j \leqslant n} \max(i,j)$.
- Soient $n \in \mathbb{N}$ et $\theta \in \mathbb{R}$. Calculer $\sum_{k=0}^{n} \cos(k\theta)$ ou $\sum_{k=0}^{n} \sin(k\theta)$.
- Rappeler et démontrer la symétrie des coefficients binomiaux : $\forall (k,n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{N},\ \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$.
- Rappeler et démontrer la formule de Pascal : $\forall (k,n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{N},\ \binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$.

Notes aux khôlleurs

- $\boxed{1}$ Pas d'étude asymptotique (convergence, limite, etc.) dans ce chapitre.
- $\boxed{2}$ La formule du binôme de Newton n'a pas encore été abordée. Par contre, les coefficients binomiaux ont été traités mais pas leur interprétation combinatoire (en attente du chapitre sur le dénombrement).
- $\boxed{3}$ À l'aide d'une boucle `for` (pas de récursivité cette semaine).